Physik Grundkurs 11 ph1, HÜ 01 – gleichm. beschl. Bew. - Lösung **16.09.2020**

Aufgabe 1: Eine Gewehrkugel trifft mit der Geschwindigkeit $v_0=400\,m/s$ auf einen Baumstamm und dringt $\Delta s=8\,cm$ tief in das Holz ein, bis sie stecken bleibt.

8.1 Berechne die Bremszeit Δt_1 und die Bremsverzögerung a_0.

$$\Delta s=\frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \quad : \quad \Delta v=a\cdot\Delta t \Leftrightarrow a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ Einsetzen } \Delta s=\frac{1}{2}\frac{\Delta v_0}{\Delta t_1}(\Delta t_1)^2=\frac{1}{2}\Delta v_0\Delta t_1$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\Delta t_1}=\frac{2\Delta s}{\Delta v_0}=\frac{2\cdot 0{,}08\,m}{400\frac{m}{s}}=\frac{16}{100\cdot 400}s=-\frac{1}{2500}s=4\cdot 10^{-4}s=\mathbf{0{,}4\,ms}$$

$$\boldsymbol{a_0}=\frac{\Delta v_0}{\Delta t_1}=\frac{-400\,m\,s^{-1}}{2500^{-1}s}=\mathbf{-1.000.000\frac{m}{s^2}}$$

A: Die Kugel wird innerhalb von 0,4 ms gebremst. Das geschieht mit einer Beschleunigung von 1.000.000 ms^{-2}, was mehr als 10.000 mal soviel wie die Erdbeschleunigung ist.

8.2 Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$ der Kugel im Holz.

$$\boldsymbol{\bar{v}}=\frac{\Delta s}{\Delta t_1}=\frac{0{,}08\,m}{2500^{-1}s}=\mathbf{200\frac{m}{s}}$$

A: Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt 200 ms^{-1}.

8.3 Berechne die benötigte Zeitspanne Δt_2, nach welcher die Kugel 4 cm tief in das Holz eingedrungen ist.

$$\Delta s=\frac{1}{2}a(\Delta t)^2+v_0\cdot\Delta t \Leftrightarrow \frac{1}{2}a(\Delta t)^2+v_0\cdot\Delta t-\Delta s=0 \quad | \cdot\frac{2}{a}$$

$$\Leftrightarrow (\Delta t)^2+\frac{2v_0}{a}\cdot\Delta t-\frac{2\Delta s}{a}=0 \text{ Anwenden p-q-Formel:}$$

$$\Delta t_{1/2}=-\frac{v_0}{a}\pm\sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2+\frac{2\Delta s}{a}}=\frac{-400\,m\,s^{-1}}{-1000000\,m\,s^{-2}}\pm\sqrt{\frac{(400\,ms^{-1})^2}{(-1000000\,ms^{-2})^2}+\frac{2\cdot 0{,}04\,m}{-1000000\,m\,s^{-2}}}$$

$$=\frac{1}{2500}s\pm\sqrt{1{,}6\cdot 10^{-7}s^2-8\cdot 10^{-8}s^2}=\frac{1}{2500}s\pm\sqrt{8\cdot 10^{-8}s^2}=4\cdot 10^{-4}s\pm 2{,}8274\cdot 10^{-4}s$$

$$\boldsymbol{t_1}=4\cdot 10^{-4}s-2{,}8274\cdot 10^{-4}s=1{,}1716\cdot 10^{-4}s$$
$$t_2=4\cdot 10^{-4}s+2{,}8274\cdot 10^{-4}s=6{,}8274\cdot 10^{-4}s$$

Die zweite Zeit ist physikalisch unplausibel, denn das ist nach dem Stillstand der Kugel. Das passiert, weil wir die Beschleunigung mathematisch als konstant ansehen. Sie wirkt also auch noch nach dem Stillstand der Kugel.

A: Die Kugel benötigt 0,12 Millisekunden, um 4 cm tief in das Holz einzudringen.

Physik Grundkurs 11 ph1, HÜ 01 – gleichm. beschl. Bew. - Lösung **16.09.2020**

Alternativer Lösungsansatz über die Geschwindigkeit

Wenn man die Geschwindigkeit an der Stelle $s=4\,cm$ kennt, kann man über $v=a\cdot t+v_0$ auf die Zeit zurückschließen. Gesucht ist also eine Funktion *v* in Abhängigkeit von *s*, also *v(s).* Diese Funktion ist leider nicht linear, sonst hieße es einfach: halbe Strecke = halbe Geschwindigkeit.

$s=\frac{1}{2}a t^2+v_0 t$ Mit $v=a\cdot t+v_0 \Leftrightarrow t=\frac{v-v_0}{a}$ folgt:

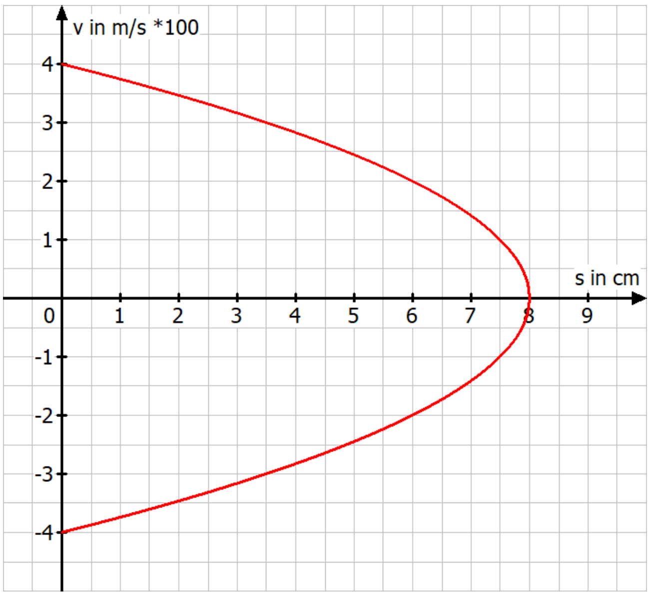
$$s=\frac{1}{2}a\frac{(v-v_0)^2}{a^2}+v_0\frac{v-v_0}{a}=\frac{1}{2}\frac{(v-v_0)^2}{a}+\frac{v_0 v-v_0^2}{a}=\frac{\frac{1}{2}(v^2-2v_0 v+v_0^2)+v_0 v-v_0^2}{a}$$

$$s=\frac{\frac{1}{2}v^2-v_0 v+\frac{1}{2}v_0^2+v_0 v-v_0^2}{a}=\frac{\frac{1}{2}v^2-\frac{1}{2}v_0^2}{a}$$

$s=\frac{v^2-v_0^2}{2a} \quad | \cdot 2a$ Umstellen nach v: $2as=v^2-v_0^2 \quad | +v_0^2 \quad \Leftrightarrow \quad 2as+v_0^2=v^2 \quad | \sqrt{\ }$

$v(s)=\pm\sqrt{2as+v_0^2}$ (Geschwindigkeits-Orts-Gesetz).

Dies ist keine Funktion, was physikalisch aber auch Sinn ergibt, denn wir tun so, als wäre die Beschleunigung konstant. Auch dann, wenn die Kugel die Geschwindigkeit 0 hat, wirkt die Beschleunigung weiter in Gegenrichtung zur ursprünglichen Geschwindigkeit und die Kugel beschleunigt somit wieder aus dem Baumstamm heraus.



(In diesem Diagramm ist die Steigung nicht gleich der Beschleunigung!)

$$v(4\,cm)=\pm\sqrt{2\cdot(-10^6)\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}04\,m+400^2\frac{m^2}{s^2}}$$
$$=\pm\sqrt{-80.000\frac{m^2}{s^2}+160.000\frac{m^2}{s^2}}$$
$$=\pm\sqrt{80.000\frac{m^2}{s^2}}$$
$$=\pm 282{,}84\frac{m}{s}$$

Die negative Geschwindigkeit ist nicht relevant, denn das ist die Geschwindigkeit auf dem „Rückweg“.

$$\boldsymbol{v_{4cm}}=a\cdot t_{4cm}+v_0 \Leftrightarrow t_{8cm}=\frac{v_{4cm}-v_0}{a}=\frac{\sqrt{80.000}\,m\,s^{-1}-400\,m\,s^{-1}}{-1.000.000\,m\,s^{-2}}=\mathbf{1{,}1716\cdot 10^{-4}}\,\boldsymbol{s}$$

A: Die Kugel benötigt 0,12 Millisekunden, um 4 cm tief in das Holz einzudringen.