

Aufgabe 1: Elektrische Ladung und elektrischer Strom

1.1. Auf eine Metallkugel werden immer mehr Ladungen aufgebracht. Die Menge der Ladungen auf der Kugel folgt der Funktion $Q(t) = (0,1t^2s^{-2} + 2ts^{-1})nC$. Wir betrachten die Zeit von $t_1 = 0s$ bis $t_2 = 10s$.

1.1.1 Berechne die durchschnittliche Stromstärke im Zeitraum von 0 s bis 10 s.

$$Q(0s) = (0,1 \cdot (0s)^2s^{-2} + 2 \cdot (0s)s^{-1})nC = 0nC$$

$$Q(10s) = (0,1 \cdot (10s)^2s^{-2} + 2 \cdot (10s)s^{-1})nC = (0,1 \cdot 100 + 2 \cdot 10)nC = 30nC$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q(10s) - Q(0s)}{10s - 0s} = \frac{30nC - 0nC}{10s} = 3 \frac{nC}{s} = 3nA$$

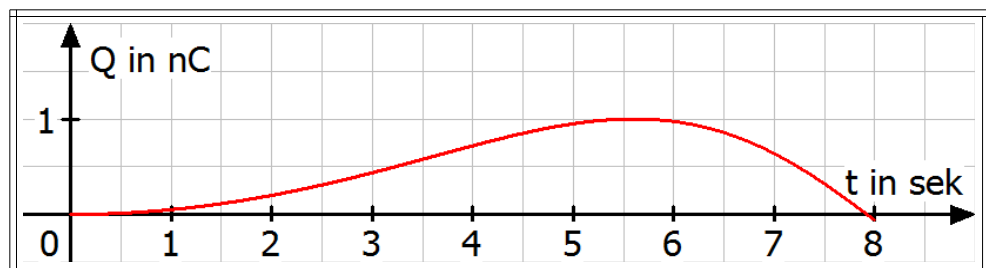
A: Die durchschnittliche Stromstärke beträgt 3 nA.

1.1.2 Berechne die momentane Stromstärke zum Zeitpunkt $t_2 = 10s$.

$$I(t) = \dot{Q}(t) = (0,2ts^{-1} + 2)nA \quad I(10s) = (0,2 \cdot 10s s^{-1} + 2)nA = 4nA$$

A: Die momentane Stromstärke zum Zeitpunkt $t_2 = 10s$ beträgt 4 nA.

1.2. Das Diagramm rechts gibt den fiktiven Verlauf der Ladungsmenge in einem elektronischen Bauteil an.



1.2.1. Erkläre mit Hilfe des Diagramms:

1.2.1.1 Zu welchem Zeitpunkt ist die Stromstärke maximal/minimal?

A: An der Stelle der höchsten Steigung maximal, also bei 8 sek. An der Stelle der niedrigsten Steigung, also bei 0 sek bzw. ca. 5,5 sek.

1.2.1.2 Ändert der elektrische Strom seine Richtung? Wenn ja, wann?

A: Dort, wo die Steigung ihr Vorzeichen wechselt, also bei ca. 5,5 sek.

1.2.2. Der Ladungsverlauf folgt der Funktion $Q(t) = \sin\left(\frac{1}{20s^2}t^2\right)nC$

$$I(t) = \dot{Q}(t) = \frac{t}{10s} \cos\left(\frac{1}{20s^2}t^2\right)nC$$

1.2.2.1 Berechne die elektrische Stromstärke zum Zeitpunkt $t = 5s$.

$$I(5s) = \frac{5s}{10s} \cos\left(\frac{1}{20s^2}(5s)^2\right)nA = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{5}{4}\right) \approx 0,158nA$$

1.2.2.2 Berechne die Zeitpunkte, zu denen kein elektrischer Strom fließt.

Das sind die Nullstellen der Stromstärkefunktion

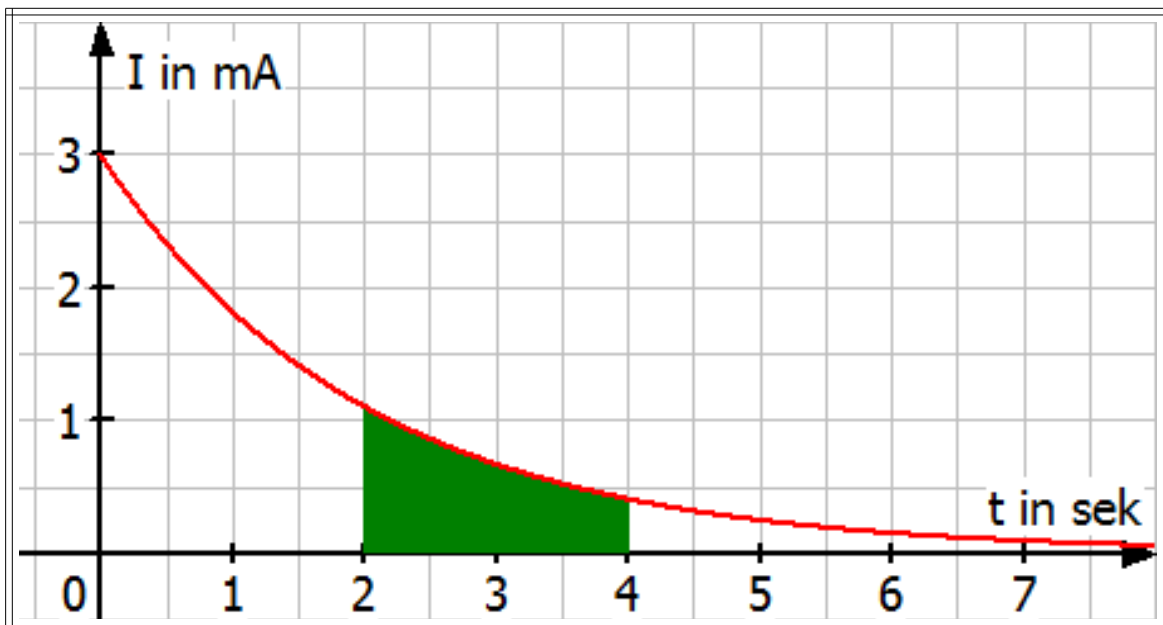
$$0 \text{ nC} = \frac{t_n}{10 \text{ s}} \cos\left(\frac{1}{20 \text{ s}^2} t_n^2\right) \text{ nC}$$

Der erste Faktor wird 0 für $t_1=0$. Der Kosinus wird null für den Winkel $\frac{\pi}{2}$ (90°). Also $\frac{\pi}{2} = \frac{1}{20 \text{ s}^2} t_n^2 \Leftrightarrow 10\pi = t_n^2 \text{ s}^{-2} \quad t_{2/3} = \pm \sqrt{10\pi \text{ s}^2} = \pm 5,60 \text{ s}$

Nur die positive Lösung ist für die Aufgabe relevant, also $t_2=5,60 \text{ s}$.

A: Zu den Zeitpunkten $t_1=0 \text{ s}$ und $t_2=5,60$ fließt kein Strom.

1.2.3. Das folgende Diagramm gibt den fiktiven Verlauf der Stromstärke in einem elektronischen Bauteil an.



1.3.1 Mache die transportierte Ladung zwischen $t_1=2 \text{ s}$ und $t_2=4 \text{ s}$ im Diagramm grafisch kenntlich. Erkläre dies kurz im Text.

1.3.2 Der Stromstärkenverlauf folgt der Funktion $I(t) = 3 \cdot e^{-\frac{1}{2}t}$

Berechne die transportierte Ladung im Intervall von $t_1=2 \text{ s}$ und $t_2=4 \text{ s}$.

$$Q_{24} = \int_2^4 \left(3 \cdot e^{-\frac{1}{2}t}\right) \text{ mA} dt = \left[-6 e^{-\frac{1}{2}t}\right]_{2\text{s}}^{4\text{s}} \text{ mC} = -\frac{6}{e^2} \text{ nC} - \left(-\frac{6}{e}\right) \text{ mC} \approx 1,3953 \text{ mC}$$

A: Die transportierte Ladung beträgt 1,4 mC.

Aufgabe 2: Millikanversuch

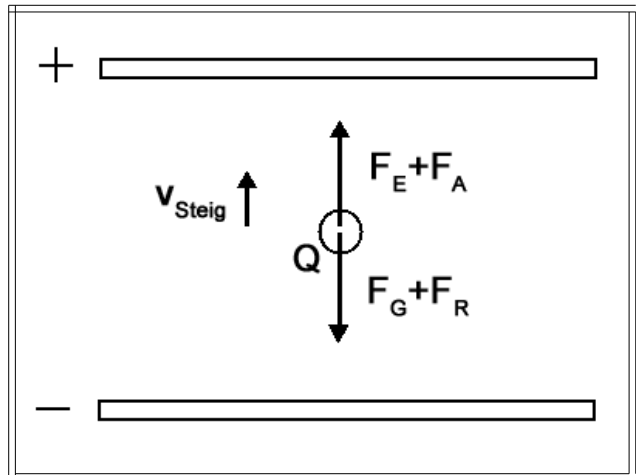
Robert Millikan (1868-1953) hat 1923 den Nobelpreis für Physik für die experimentelle Bestimmung der Elementarladung e erhalten.

Für die folgenden Teilaufgaben sind folgende Werte zu benutzen:

Elementarladung: $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Ortsfaktor: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Erläutere das von Millikan durchgeführte Experiment und wie damit die Elementarladung bestimmt wurde. Fertige dazu auch eine beschriftete Skizze an.

- Öltröpfchen konstanter Masse werden durch Reibung aufgeladen
- Zwischen den Platten eines Kondensators werden sie zum Schweben gebracht.
- (Dieser ideale Schwebezustand wird in der Realität nicht erreicht. Lösung: Messung der Sink- bzw. Steiggeschwindigkeiten bei Umpolung des elektrischen Feldes und daraus Ableitung der spezifischen Ladung)
- Die angelegte Spannung im Schwebezustand hängt von der Ladung der Tröpfchen ab
- Die errechneten Ladungen sind immer ganzzahlige Vielfache einer bestimmten Ladung. Es muss also eine kleinste, gequantelte Elementarladung geben.



- Der Millikan-Versuch liefert zunächst nur Ergebnisse für die spezifische Ladung $\frac{e}{m_e}$, d.h. die Masse des Elektrons muss schon bekannt sein.

Wir betrachten ein vierfach geladenes Öltröpfchen der Masse m im Schwebezustand zwischen den Platten eines Kondensators mit dem Plattenabstand d und der angelegten Kondensatorspannung U .

Leite eine Formel her, mit welcher für dieses Öltröpfchen die Elementarladung e in Abhängigkeit von der Masse m , der Spannung U und dem Plattenabstand d bestimmt werden kann. Zwischen den Kondensatorplatten ist Vakuum anzunehmen.

Das Öltröpfchen hat die Masse $m = 3,5 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$.

$$F_G = F_E \Leftrightarrow m g = Q E \Leftrightarrow m g = 4 e \frac{U}{d} \Leftrightarrow e = \frac{m g d}{4 U}$$

Berechne die angelegte Spannung für einen Plattenkondensator mit dem Plattenabstand $d = 1 \text{ cm}$. (Kontrolle: $U = 535,81 \text{ V}$)

$$F_G = F_E \Leftrightarrow m g = Q E \Leftrightarrow m g = 4 e \frac{U}{d} \Leftrightarrow U = \frac{m g d}{4 e}$$

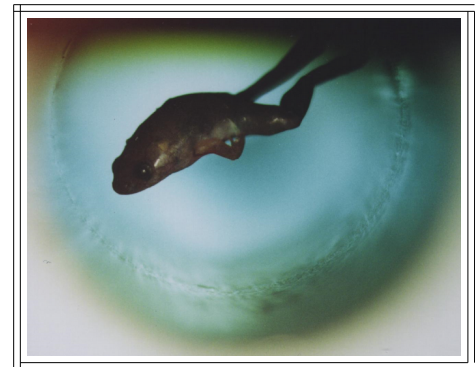
$$U = \frac{3,5 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,01 \text{ m}}{4 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 535,81 \text{ V}$$

A: Die angelegte Spannung beträgt 536 V.

Aufgabe 3: Flying Frog II

Nehmen wir an, wir laden einen kleinen Frosch (Masse $m = 40 \text{ g}$) elektrisch mit $q = 0,02 \text{ C}$ auf.

Dieser Frosch soll in einem Plattenkondensator mit zwei waagrecht stehenden Platten zum Schweben gebracht werden. Die kreisförmigen Platten haben einen Durchmesser von $2r = 60 \text{ cm}$ und einen Abstand von $d = 30 \text{ cm}$.



3.1 Berechne die Kapazität C des Plattenkondensators.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon_0 \frac{\pi r^2}{d} = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{(\text{As})^2}{\text{Nm}^2} \frac{\pi (0,30 \text{ m})^2}{0,3 \text{ m}} = 8,34 \cdot 10^{-12} \frac{(\text{As})^2}{\text{Nm}}$$

$$= 8,34 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{V}} = 8,34 \cdot 10^{-12} \text{ F} = \mathbf{8,34 \text{ pF}}$$

A: Die Kapazität beträgt 8,3 pF.

3.2 Berechne die Spannung, die angelegt werden muss, damit der Frosch zum Schweben gebracht werden kann. (Kontrollergebnis: ca. 5,9 V)

$$F_G = F_E \Leftrightarrow mg = QE \Leftrightarrow E = \frac{mg}{Q} \Leftrightarrow \frac{U}{d} = \frac{mg}{Q} \Leftrightarrow U = \frac{dmg}{Q}$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{0,3 \text{ m} \cdot 0,04 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N kg}^{-1}}{0,02 \text{ C}} = 5,886 \frac{\text{Nm}}{\text{As}} = \mathbf{5,886 \text{ V}}$$

A: Die Spannung beträgt ca. 5,9 V.

3.3 Berechne die Energiedichte des elektrischen Feldes, in dem der Frosch schwebt.

$$\rho_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 ; U = Ed \Leftrightarrow E = \frac{U}{d} \Rightarrow \rho_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{U^2}{d^2} = \frac{1}{2} \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{(\text{As})^2}{\text{Nm}^2} \cdot \frac{5,886^2 \text{ V}^2}{0,3^2 \text{ m}^2} = \mathbf{1,7042 \frac{J}{\text{m}^3}}$$

A: Die Energiedichte beträgt 1,7 J/m³.

3.4 Der Frosch schwebt in der Mitte zwischen den Platten. Nun wird die Spannung verdoppelt. Berechne die Zeit, bis der Frosch die obere Platte berührt. (Der Frosch darf als Massenpunkt betrachtet werden.)

$F_E = QE = Q \frac{U}{d}$ Also $F \sim U$. Wenn also U verdoppelt wird, wird auch F verdoppelt, somit ist $F_E = 2 \cdot F_G$ und $F_E - F_G = F_G$. Somit wird der Frosch mit $a = g$ nach oben beschleunigt.

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,15 \text{ m}}{9,81 \text{ m s}^{-2}}} = 0,1749 \text{ s}$$

A: Nach 175 ms berührt der Frosch die obere Platte.

3.5 Der Frosch berührt die obere Kondensatorplatte. Innerhalb von $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ wird der Frosch entladen. Berechne die mittlere Stromstärke.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{0,02 \text{ C}}{0,01 \text{ s}} = 2 \frac{\text{C}}{\text{s}} = 2 \text{ A}$$

A: Die mittlere Stromstärke beträgt 2 A (aua!).

Aufgabe 4: Elektrisches Radialfeld

Stellen wir uns ein Universum ohne Gravitation vor. Dennoch umkreist der Mond die Erde in gewohnter Weise. Dies ist in unserem Gedankenuniversum möglich, weil Erde und Mond elektrisch gleich stark geladen sind. Berechne die Ladung von Erde und Mond.

(Masse Erde: $m_E = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, Masse Mond: $m_M = 7,349 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, Umlaufzeit Mond: $T = 27,322 \text{ d}$, mittlerer Abstand Mond-Erde: $r_M = 384.400 \text{ km}$)

Zentripetalkraft $F_Z = m \omega^2$ ist gleich Elektrostatischer Anziehungskraft $F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

$$m \omega^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \Leftrightarrow m \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \Leftrightarrow 16\pi^3 \epsilon_0 \frac{m r^2}{T^2} = Q_1 \cdot Q_2$$

$$\Leftrightarrow Q_1 Q_2 = 16\pi^3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1} \text{ m}^{-1} \frac{7,349 \cdot 10^{22} \text{ kg} \cdot 3,844 \cdot 10^8 \text{ m}}{(27,322 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2} = 3,2888 \cdot 10^{27} \text{ C}^2$$

Weil laut Aufgabenstellung $Q_1 = Q_2$:

$$Q_1 = \sqrt{Q_1 Q_2} = \sqrt{3,2888 \cdot 10^{27}} = 5,7348 \cdot 10^{13} \text{ C}$$

A: Mond und Erde müssen eine Ladung von $5,7348 \cdot 10^{13} \text{ C}$ tragen.

Aufgabe 5: Elektrische Ladungsträger in Metallen

Erkläre, wie Tolman und Stewart 1916 nachgewiesen haben, dass die Ladungsträger in metallischen Leitern a) frei sind und b) Elektronen sind.

a)

- Sind die Ladungsträger frei, so müssen sie der Massenträgheit unterliegen.
- Beschleunigt man der Leiter stark in Längsrichtung sollten sich die Ladungsträger an einem Ende sammeln.
- Dies sollte eine messbare Spannung bewirken.

b)

- Im Versuchsaufbau ist nicht die Ladung messbar, sondern nur das Verhältnis aus Ladung und Masse, die sogenannte spezifische Ladung.
- Aus anderen Versuchen war die spezifische Ladung von Elektronen bekannt.
- Die gemessene spezifische Ladung entspricht der bekannten spezifischen Ladung der Elektronen.

Aufgabe 6: Elektrisches Radialfeld vs. Gravitation

Zwei als Massenpunkte zu betrachtende Körper mit den Massen m_1 und m_2 tragen die positiven Ladungen Q_1 und Q_2 . Die beiden Kugeln ziehen sich mit der Gravitationskraft an und stoßen sich mit der elektrischen Kraft ab.

2.1 Erstelle einen Term für den Quotienten aus der elektr. Kraft F_{el} und der Gravitationskraft F_{grav} .

$$F_{el} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad F_{grav} = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\frac{F_{el}}{F_{grav}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{m_1 m_2}$$

2.2 Berechne den Quotienten für den Spezialfall zweier Protonen. ($m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

$$\frac{F_{el}}{F_{grav}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{m_1 m_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma} \cdot \frac{e^2}{(1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2} = 1,237 \cdot 10^{36}$$

2.3 Welche Schlussfolgerung kann man aus dem Ergebnis aus Aufgabe 2 für zwei Protonen in einem stabilen Atomkern ziehen?

Die gravitative Anziehung zwischen den Protonen kann nicht die Ursache dafür sein, dass die Protonen im Atomkern zusammenhalten, denn die elektrostatische Abstoßung ist um viele Größenordnungen stärker. Es muss also noch eine andere Kraft geben.

Aufgabe 7: Plattenkondensator

Diesen Kondensator kann man bei Conrad für 6,42 € kaufen. (Stand 2013)
Er ist mit den Angaben $6800\mu F$ und $U_R = 25 V$ beschriftet.

3.1 Erkläre die Bedeutung dieser Angaben.

$6800\mu F$ ist die Kapazität des Kondensators und $U_R = 25 V$ ist die Grenzspannung, mit welcher der Kondensator geladen werden kann. Ist die angelegte Spannung größer, kann es zum Durchschlag kommen.

3.2 Erläutere, was man beachten muss, wenn man einen Kondensator mit möglichst hoher Kapazität bauen will.

Nach der Formel $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ gilt: naher Plattenabstand, große Fläche, hohe Dielektrizitätszahl



3.3 Berechne den Durchmesser der Platten eines Plattenkondensators gleicher Kapazität mit kreisförmigen Platten und einem Plattenabstand von $d = 10 \text{ cm}$.

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad 6800 \mu\text{F} = \epsilon_0 \frac{A}{10 \text{ cm}} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 6800 \mu\text{F} \cdot 10 \text{ cm} = 7,68 \cdot 10^7 \text{ m}^2$$

$$d = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 9888 \text{ m}$$

A: Der Durchmesser müsste fast 10 km betragen!

3.4 Berechne die Ladung auf dem Platten des Plattenkondensators aus 3.3, wenn eine Spannung von 500 V angelegt wurde.

$$Q = C \cdot U = 6800 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{V}} \cdot 500 \text{ V} = 3,4 \text{ C}$$

A: Die Ladung beträgt 3,4 C.

3.5 Berechne die Feldstärke des elektrischen Feldes zwischen den Platten des Plattenkondensators aus 3.4.

$$E = \frac{U}{d} = \frac{500 \text{ V}}{0,1 \text{ m}} = 5000 \text{ V m}^{-1}$$

A: Das elektrische Feld hat die Feldstärke 5000 V/m.

3.6 Berechne die Energie, die im Feld des Plattenkondensators aus 3.4 gespeichert ist.

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 6800 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{V}} \cdot (500 \text{ V})^2 = 8,5 \cdot 10^4 \frac{\text{As Nm}}{\text{As}} = 850 \text{ N m}$$

A: Die Energie beträgt 850 Joule.

3.7 Berechne die Arbeit, die verrichtet werden muss, wenn der Plattenabstand des Plattenkondensators aus 3.4 von 10 cm auf 15 cm vergrößert wird.

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 A d E^2 \quad \text{Also ist } W \sim d \quad \Delta d = \frac{d_1}{2} \Rightarrow \Delta W = \frac{W_1}{2} = 425 \text{ J}$$

A: Die verrichtete Arbeit beträgt 425 Joule.