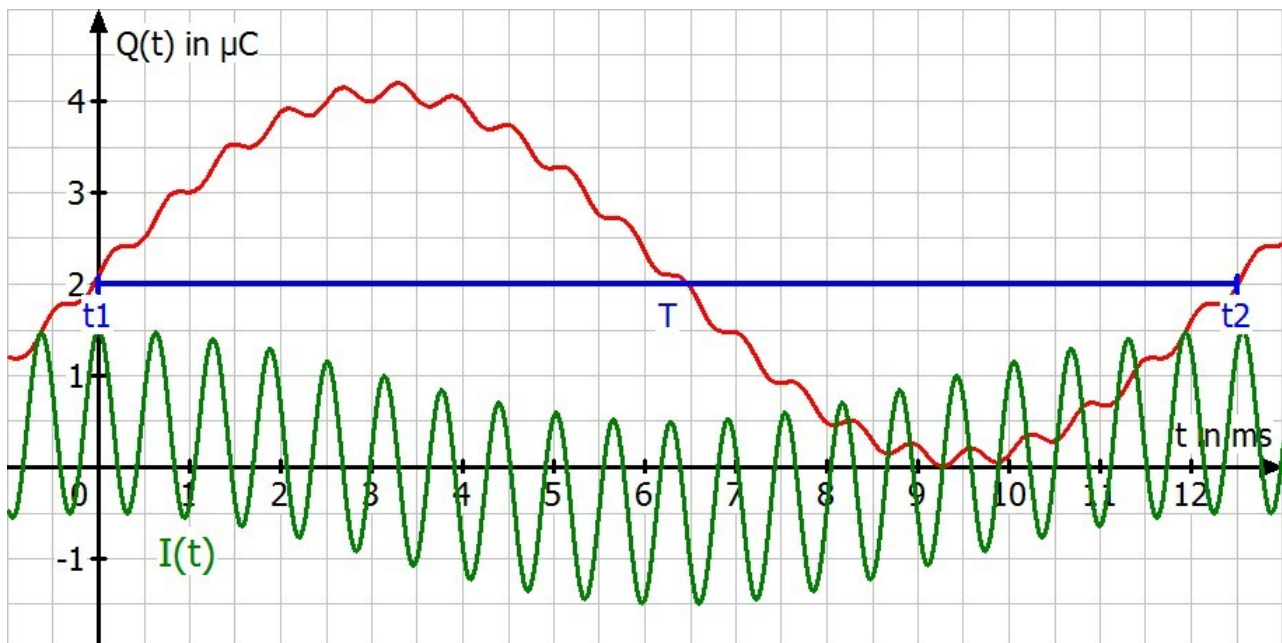


Aufgabe 1: Ladungsmengenverlauf

Durch ein elektrisches Bauteil fließt ein Wechselstrom. Durch einen fehlerhaften Baustein gibt es eine periodische Störung bei den Ladungsmengen, die durch das Bauteil fließen. Der Graph unten zeigt den Verlauf der momentan Ladungsmenge im Bauteil.



1.1 Zeichne in den Graphen auf diesem Aufgabenblatt eine Strecke ein, deren Länge der Periodendauer der Ladungsmengenfunktion entspricht. Gib die Periodendauer an und berechne daraus die Frequenz.

Die Periodendauer beträgt abgelesen ca. $T \approx 12,5 \text{ ms}$. Daraus folgt für die Frequenz

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 0,08 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1} = 80 \text{ Hz}$$

A: Die Periodendauer beträgt ca. $T = 12,5 \text{ ms}$ und die Frequenz $f = 80 \text{ Hz}$.

1.2 Erkläre anhand des Graphen, warum die Stromstärkenfunktion $I(t)$ eine höhere Frequenz als die Ladungsfunktion haben muss.

Die Stromstärkenfunktion $I(t)$ ist die Ableitungsfunktion der Ladungsmengenfunktion $Q(t)$. $I = \dot{Q}$.

An jeder Stelle, an der die Ladungsmengenfunktion die Steigung null hat, also an jeder lokalen Extremstelle, muss die Stromstärkenfunktion einen Nulldurchgang haben.

Man kann aber auch argumentieren, dass es sich um keine reine Sinusfunktion handelt und deshalb die Frequenz die gleiche ist wie bei der Ladungsmengenfunktion.

1.3 Betrachte den Graphen zum Zeitpunkt $t_0 = 4,5 \text{ ms}$. Schätze anhand des Graphen die Werte für die momentane Ladungsmenge und die momentane Stromstärke zu diesem Zeitpunkt t_0 ab.

Die Steigung an dieser Stelle beträgt ungefähr null. $Q(4,5 \text{ ms}) \approx 3,75 \mu\text{C}$; $I(4,5 \text{ ms}) \approx 0 \text{ A}$

1.4 Der Ladungsmengenverlauf folgt der Funktion

$$Q(t) = \left(2 \cdot \sin\left(0,5 \cdot t \cdot \frac{1}{ms}\right) + 0,1 \cdot \sin\left(10 \cdot t \cdot \frac{1}{ms}\right) + 2,1 \right) \mu C$$

Berechne die Stromstärkenfunktion aus der Ladungsmengenfunktion. Anwendung von Summen- und Kettenregel.

$$I(t) = Q'(t) = \cos\left(0,5 \cdot t \cdot \frac{1}{ms}\right) + \cos\left(10 \cdot t \cdot \frac{1}{ms}\right) \mu A$$

1.5 Berechne mit Hilfe der Stromstärkenfunktion aus Aufgabe 1.4 die momentane Ladungsmenge und die momentane Stromstärke zum Zeitpunkt $t_0 = 4,5 ms$.

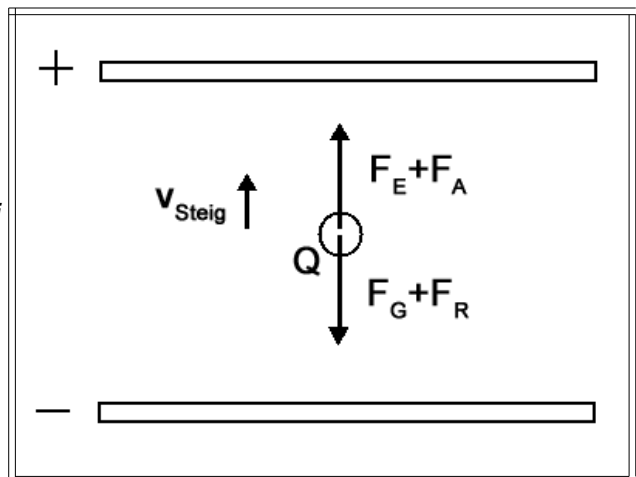
$$Q(4,5 ms) = \left(2 \cdot \sin\left(0,5 \cdot 4,5 ms \cdot \frac{1}{ms}\right) + 0,1 \cdot \sin\left(10 \cdot 4,5 ms \cdot \frac{1}{ms}\right) + 2,1 \right) \mu C = 3,7412367 \mu C.$$

$$I(4,5 ms) = \cos\left(0,5 \cdot 4,5 ms \cdot \frac{1}{ms}\right) + \cos\left(10 \cdot 4,5 ms \cdot \frac{1}{ms}\right) \mu A = -0,102852 \mu A.$$

Aufgabe 2: Millikanversuch

2.1 Erläutere das von Millikan durchgeführte Experiment und wie damit die Elementarladung bestimmt wurde. Fertige dazu auch eine beschriftete Skizze an.

- Öltröpfchen konstanter Masse werden durch Reibung aufgeladen
- Zwischen den Platten eines Kondensators werden sie zum Schweben gebracht.
- (Dieser ideale Schwebezustand wird in der Realität nicht erreicht. Lösung: Messung der Sink- bzw. Steiggeschwindigkeiten bei Umpolung des elektrischen Feldes und daraus Ableitung der spezifischen Ladung)
- Die angelegte Spannung im Schwebezustand hängt von der Ladung der Tröpfchen ab
- Die errechneten Ladungen sind immer ganzzahlige Vielfache einer bestimmten Ladung. Es muss also eine kleinste, gequantelte Elementarladung geben.



- Der Millikan-Versuch liefert zunächst nur Ergebnisse für die spezifische Ladung $\frac{e}{m_e}$, d.h. die Masse des Elektrons muss schon bekannt sein.

Wir betrachten ein n -fach geladenes Öltröpfchen der Masse m im Schwebezustand zwischen den Platten eines Kondensators mit dem Plattenabstand d und der angelegten Kondensatorspannung U .

2.2 Leite eine Formel her, mit welcher für dieses Öltröpfchen die spezifische Ladung eines Elektrons in Abhängigkeit von der Spannung U , dem Plattenabstand d und dem Ladungsfaktor n bestimmt werden kann. Zwischen den Kondensatorplatten ist Vakuum anzunehmen.

$$F_G = F_E \Leftrightarrow m g = Q E \Leftrightarrow m g = n e \frac{U}{d} \Leftrightarrow e = \frac{m g d}{n U} \Leftrightarrow \frac{e}{m} = \frac{g d}{n U}$$

Aufgabe 3: Flying Rhinoceros

Auf dem Foto rechts sieht aus so aus, als würde ein Nashorn in die Luft springen.

In Wirklichkeit befindet sich das Tier im Schwebezustand zwischen zwei Kondensatorplatten. Die untere Platte liegt unter dem Sand, die obere Platte ist in diesem Bildausschnitt nicht zu sehen.

Zwischen den Platten liegt eine Spannung von $U = 20 \text{ kV}$ an.

3.1 Dieser Plattenkondensator hat kreisförmige Platten und eine Kapazität von $C = 2,780309498 \cdot 10^{-11} \text{ F}$. Die Platten haben einen Abstand von $d = 4 \text{ m}$ zueinander.

Berechne den Durchmesser d der Kondensatorplatten unter der Annahme, dass sich ein Vakuum zwischen den Platten befindet.

Wir nennen den Durchmesser l , um doppelte Namensvergabe bei den Variablen zu vermeiden.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon_0 \frac{\pi r^2}{d} = \epsilon_0 \frac{\pi \left(\frac{l}{2}\right)^2}{d} = \epsilon_0 \frac{\pi l^2}{4 d} \Leftrightarrow l^2 = \frac{C 4 d}{\epsilon_0 \pi}$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{\frac{C 4 d}{\epsilon_0 \pi}} = 2 \sqrt{\frac{2,780309498 \cdot 10^{-11} \text{ F} \cdot 4 \text{ m}}{\pi \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{(\text{As})^2}{\text{Nm}^2}}} = 3,999051185 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

A: Der Durchmesser der Platten beträgt 4 m.

3.2 Berechne die Stärke des elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten.

$$E = \frac{U}{d} = \frac{20.000 \text{ V}}{4 \text{ m}} = 5000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

A: Die Stärke des elektrischen Feldes beträgt $5000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

3.3 Berechne die Energiemenge, die in dem elektrischen Feld des Kondensators gespeichert ist.

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,780309498 \cdot 10^{-11} \text{ F} \cdot (2 \cdot 10^4 \text{ V})^2 = 5,5606118996 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 5,56 \text{ mJ}$$

A: Die gespeicherte Energie beträgt 5,56 mJ.

3.4 So ein Nashorn hat die Masse $m=3t$. Berechne die Menge an Ladung, die wir auf das Nashorn bringen müssen, damit es in diesem Kondensator den Schwebezustand erreicht.

$$F_G = F_E \Leftrightarrow mg = QE \Leftrightarrow Q = \frac{mg}{E} = \frac{3000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2}}{5000 \text{ V m}^{-1}} = 5,886 \text{ C}$$

A: Damit das Nashorn schwebt, muss es mit 5,87 C geladen werden.

Aufgabe 4: Elektrisches Radialfeld

Stellen wir uns ein Universum ohne Gravitation vor. Dennoch umkreist die Erde die Sonne in gewohnter Weise. Dies ist in unserem Gedankenuniversum möglich, weil Sonne und Erde elektrisch gleich stark geladen sind. Berechne die Ladung von Erde und Sonne.

(Masse Erde: $m_E = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, Masse Sonne: $m_S = 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, Umlaufzeit Erde: $T = 365,256 \text{ d}$, mittlerer Abstand Sonne-Erde: $r_E = 149,5978707 \cdot 10^6 \text{ km}$)

Zentripetalkraft $F_Z = m \omega^2 r$ ist gleich Elektrostatischer Anziehungskraft $F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

$Q_1 = Q_2 = Q$ laut Aufgabenstellung

$$m_E \omega^2 r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2} \Leftrightarrow m_E \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^3} \Leftrightarrow 16\pi^3 \epsilon_0 \frac{m_E r^3}{T^2} = Q^2 \Rightarrow Q = \sqrt{16\pi^3 \epsilon_0 \frac{m_E r^3}{T^2}}$$

$$Q = \sqrt{16\pi^3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As V}^{-1} \text{ m}^{-1} \frac{5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot (149,5978707 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{(365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2}} = 1,6681 \cdot 10^{21} \text{ C}$$

A: Sonne und Erde müssen eine Ladung von $1,67 \cdot 10^{21} \text{ C}$ tragen.