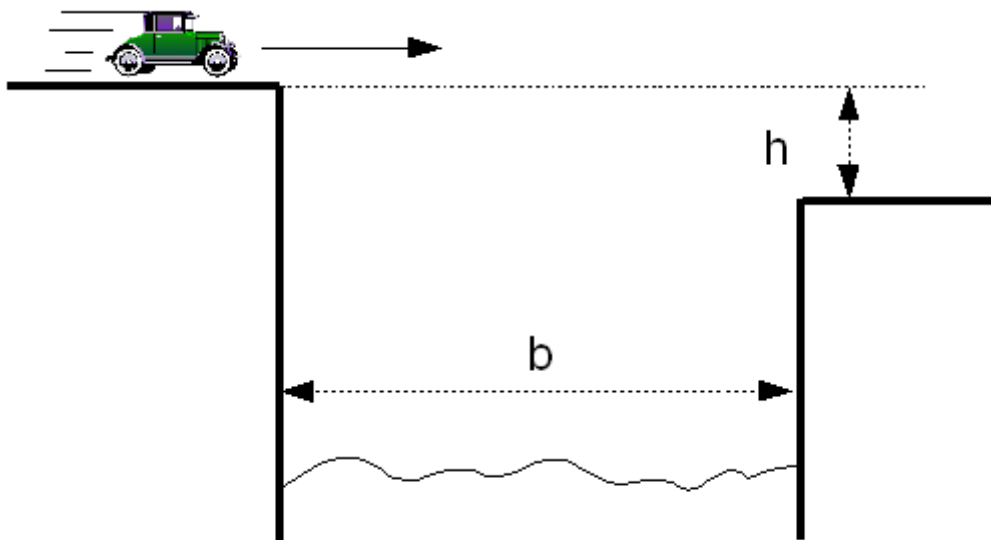


Aufgabe 1: Stummfilmstar

Buster Keaton (1895-1966) war ein amerikanischer Star der Stummfilmzeit. Berühmt wurde er auch durch die waghalsigen Stunts, die er alle selbst durchführte. Im folgenden wird ein Stunt beschrieben, der ganz nach dem Geschmack des Buster Keaton gewesen wäre:



Buster Keaton



Die Reibung ist für die folgenden Aufgaben zu vernachlässigen.

- a) Stelle für die waagerechte und senkrechte Komponente der Bewegung die jeweiligen Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Gesetze auf.

Lösung:

$$s_x = v_0 \cdot t \Rightarrow 33,33 \frac{m}{s} \cdot t \quad , \quad v_x = v_0$$

$$s_y = -\frac{1}{2} g \cdot t \quad , \quad v_y = -g \cdot t \quad \text{oder} \quad s_y = \frac{1}{2} g \cdot t \quad , \quad v_y = g \cdot t$$

- b) Leite eine Formel für die Bahnkurve her. Welche Höhe hat das Fahrzeug bei $s_x = 10m, 20m, 33m$?

Eliminiere die Zeit t : $t = \frac{s_x}{v_0}$, einsetzen in $s_y = -\frac{1}{2} g \cdot t$, daraus folgt:

$$s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \left(\frac{s_x}{v_0} \right)^2 = -\frac{g}{2v_0^2} \cdot s_x^2 \quad \text{Parabel } f(x) = ax^2 \quad \text{mit Parameter } a = -\frac{g}{2v_0^2}$$

$$s_y \text{ [0 m]} = -0,44 \text{ m} \quad s_y \text{ [20 m]} = -1,77 \text{ m} \quad s_y \text{ [33 m]} = -4,81 \text{ m}$$

c) Zeige mit einer Rechnung, dass der Sprung gelingen wird.

Mehrere Möglichkeiten:

1. Aus Aufgabe b) sehen wir, dass er an der Kante ($s_x = 33 \text{ m}$), dass er noch 19 cm „Luft“ hat, daher gelingt der Sprung.

2. Die Zeit t_{\max} für die Sprungdauer mit $s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ ($s_y = -5 \text{ m}$) ausrechnen und in

$$s_x = v_0 \cdot t \Rightarrow 33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t \quad \text{einsetzen.}$$

$$-5 = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\max}^2 \Rightarrow t_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot (-5) \text{ m}}{-9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1,01 \text{ s} \quad . \text{ Damit}$$

$$x_{\max} = 33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,01 \text{ s} = 33,65 \text{ m}$$

A: Der Wagen fliegt 33,65 m weit, also weiter als der Abgrund breit ist.

d) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Autos beim Aufprall?

Die Gesamtgeschwindigkeit setzt sich aus vertikaler und waagerechter Geschwindigkeitskomponente zusammen. $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Betragsmäßig gilt somit:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad . \quad v_x \text{ und } v_y \text{ aus den Geschwindigkeits-Zeit-Gesetzen aus a)}$$

$$v_x = 33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad , \quad v_y = g \cdot t_{\max} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,01 \text{ s} = 9,90 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v = \sqrt{\left(33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(9,90 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 34,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A: Der Wagen prallt mit einer Geschwindigkeit von 35 m/s oder 125 km/h auf.

e) Berechne, wie schnell (in km/h) das Fahrzeug sein müsste, wenn sich die andere Seite 2m unter dem Niveau des Autos befinden würde ($h = 2 \text{ m}$).

Die Zeit t_{\max} für die Sprungdauer mit $s_y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ ($s_y = -2 \text{ m}$) ausrechnen und in

$$s_x = v_0 \cdot t \Rightarrow 33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t \quad \text{einsetzen.}$$

$$-2 = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{max} \Rightarrow t_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot (-2) m}{-9,81 \frac{m}{s^2}}} = 0,64 s \quad \text{Einsetzen in}$$

$$s_x = v_0 \cdot t \Rightarrow v_0 = \frac{s_x}{t_{max}} = \frac{33 m}{0,64 s} = 51,68 \frac{m}{s} = 186,05 \frac{km}{h}$$

A: Das Auto würde eine Geschwindigkeit von 52 m/s oder 186 km/h benötigen.

f) Wie schnell (in km/h) müsste das Fahrzeug sein, wenn sich die andere Seite genau auf dem Niveau des Autos befinden würde ($h = 0 m$). Begründe dein Ergebnis.

$$t_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0 m}{-9,81 \frac{m}{s^2}}} = 0 s \quad \text{Nur bei 0 sek ist er auf der Ursprungshöhe.}$$

$$v_0 = \frac{s_x}{t_{max}} = \frac{33 m}{0 s} = ? \quad \text{aber} \quad \lim_{t_{max} \rightarrow 0} \frac{s_x}{t_{max}} = \infty .$$

A: Der Wagen müsste also „unendlich“ schnell sein, damit so ein Sprung klappen kann.