

**Aufgabe 1:**

Ein Modellflugzeug durchfliegt mit konstanter Bahngeschwindigkeit und konstanter Höhe eine horizontale Kreisbahn. Der Flugzeugmotor erzeugt einen Ton mit konstanter Frequenz.

Ein Beobachter befindet sich auf einem Aussichtsturm genau in der gleichen Höhe wie das Flugzeug. Die Entfernung des Beobachters vom Flugzeug ist groß gegen den Bahnradius. Er misst die Frequenz des an seiner Position hörbaren Tones in Abhängigkeit von der Zeit.

Ergebnis:

Die aufgenommenen Frequenzen wiederholen sich alle 31,42 s.

Die niedrigste gemessene Frequenz beträgt  $f_{min} = 236,1 \text{ Hz}$ .

Die höchste gemessene Frequenz beträgt  $f_{max} = 265,6 \text{ Hz}$ .

a) Berechne die Motorfrequenz und die Bahngeschwindigkeit des Flugzeugs.

Betrachte den Dopplereffekt mit bewegtem Sender und ruhendem Empfänger.

$f_0$ : Motorfrequenz

$f_E$ : Vom Beobachter wahrgenommene Frequenz

$v$ : Geschwindigkeit des Flugzeugs relativ zum Beobachter

$c$ : Schallgeschwindigkeit

Weil die Entfernung des Beobachters vom Flugzeug ist groß gegen den Bahnradius, kann die Bewegung auf eine eindimensionale Schwingung auf der Beobachterlinie reduziert werden.

1. Fall: Das Flugzeug bewegt sich auf den Empfänger zu

$$f_E = \frac{f_0}{1 - v/c}$$

2. Fall: Die Schallquelle bewegt sich auf den Empfänger zu

$$f_E = \frac{f_0}{1 + v/c}$$

Hier:

$$f_{max} = \frac{f_0}{1 - v/c} \text{ die Frequenz, wenn das Flugzeug auf den Beobachter zufliegt}$$

$$f_{min} = \frac{f_0}{1 + v/c} \text{ die Frequenz, wenn das Flugzeug vom Beobachter wegfliegt}$$

Gleichungen nach  $f_0$  auflösen:

$$f_0 = f_{max} \cdot (1 - v/c)$$

$$f_0 = f_{min} \cdot (1 + v/c)$$

Gleichsetzen:

$$f_{min} \cdot (1 + v/c) = f_{max} \cdot (1 - v/c)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow f_{\min} + \frac{f_{\min} v}{c} &= f_{\max} - \frac{f_{\max} v}{c} \quad | \cdot c \\ \Leftrightarrow c f_{\min} + f_{\min} v &= c f_{\max} - f_{\max} v \quad | + f_{\max} v - c f_{\min} \\ \Leftrightarrow f_{\max} v + f_{\min} v &= c f_{\max} - c f_{\min} \quad | : \\ \Leftrightarrow v(f_{\max} + f_{\min}) &= c(f_{\max} - f_{\min}) \quad | : (f_{\max} + f_{\min}) \\ \Leftrightarrow v &= c \frac{(f_{\max} - f_{\min})}{(f_{\max} + f_{\min})} \end{aligned}$$

Einsetzen:  $v = 340 \frac{m}{s} \frac{265,6 s^{-1} - 236,1 s^{-1}}{265,6 s^{-1} + 236,1 s^{-1}} = 340 \frac{m}{s} \frac{29,5 s^{-1}}{501,7 s^{-1}} = 19,992 \frac{m}{s}$

Motorfrequenz:

$$f_0 = f_{\max} \cdot (1 - v/c) = 265,6 s^{-1} \cdot \left(1 - \frac{19,992 ms^{-1}}{340 ms^{-1}}\right) = 249,983 s^{-1}$$

**A: Die Motorfrequenz beträgt etwa 250 Hz.**

b) Berechne den Bahnradius des Modellflugzeugs.

Da sich die Frequenzen in  $T = 31,42 s$  wiederholen, fliegt das Flugzeug in dieser Zeit einen kompletten Kreis .

$$2 \pi r = v T \quad \Leftrightarrow r = \frac{v T}{2 \pi} = 19,992 ms^{-1} \cdot 31,42 \frac{s}{2 \pi} = 99,973 m$$

**A: Der Bahnradius beträgt etwa 100 m.**

**Aufgabe 2:**

Der Schüler Hellmuth P. hat ein Experiment für "Jugend forscht" gebaut. Zentraler Bestandteil ist ein frei an einer Feder hängendes Gewicht von 1 kg, dass dafür sorgt, dass die Feder um 1 cm ausgelenkt ist.

Nun will er sein Experiment auf seinem Fahrradanhänger in die Schule transportieren. Er sieht zwar, dass einer der unelastischen 14-Zoll-Hartgummireifen (entspricht 35,56 cm Durchmesser) eine Unwucht hat, aber bis zur Schule ist es nicht weit.

Auf dem Weg zur Schule liegt ein Hügel. Oben angekommen, verschnauft er kurz und lässt sich dann herunterrollen. Genau in dem Moment (bzw. kurz danach), als er den Fuß des Hügels erreicht, wird sein Experiment zerstört. Es gab keinen Unfall und Fahrrad sowie Anhänger sind unversehrt.

a) Warum wurde das Experiment zerstört? Erläutere das zugrundeliegende physikalische Prinzip.

Resonanz, siehe Unterlagen oder Buch.

b) Berechne die Höhe des Hügels.

Lösung: Die Geschwindigkeit des Wagens ist so groß, dass die Unwucht die Feder mit der

Eigenfrequenz anregt.

$$D = \frac{F}{s} = \frac{m g}{s} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,01 \text{ m}} = 981 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{m g}{s}} = \sqrt{\frac{g}{s}} = \sqrt{\frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,01 \text{ m}}} = \sqrt{981 \frac{1}{\text{s}^2}} \approx 31,32 \frac{1}{\text{s}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{981} \frac{1}{\text{s}}}{2\pi} \approx 4,984879165 \text{ Hz} \quad T = \frac{1}{f} = 0,20060668 \text{ s}$$

$$d = 0,3556 \text{ m} \quad U = \pi d = \pi \cdot 0,3556 \text{ m} = 1,117150348 \text{ m}$$

Die Unwucht trifft alle  $T$  Sekunden auf die Straße und in dieser Zeit werden  $U$  Meter zurückgelegt.

$$v = \frac{U}{T} = \frac{1,117150348 \text{ m}}{0,20060668 \text{ s}} = 5,568859494 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die potentielle Energie oben auf dem Hügel wird komplett in kinetische Energie umgewandelt.

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 \quad g h = \frac{1}{2} v^2 \quad \Rightarrow h = \frac{1}{2g} v^2 = 1,580642001 \text{ m}$$

**A: Der Hügel hat eine Höhe von 1,58 m.**

### Aufgabe 3:

Ein talentierter Physik-Leistungskurs führt ein Spaltexperiment mit zwei schmalen Spalten in einer Wellenwanne durch. Eine Ameise gerät in den Bereich hinter den Spalten. Da sie schnell seekrank wird und auch etwas von Wellenmechanik versteht, paddelt sie zu einem ruhigen Punkt der Wellenwanne. Reflektierte Wellen sind zu vernachlässigen.

**a)** Setze ein Koordinatensystem auf den Punkt in der Mitte zwischen den Spalten. Berechne die Koordinaten eines Punktes im Koordinatensystem, der als Aufenthaltspunkt für die Ameise geeignet wäre.

Abstand der Spalte:  $d = 3 \text{ cm}$ ; Erregerfrequenz  $f = 14 \text{ Hz}$ ; Phasengeschwindigkeit der Wasserwellen:  $v = 0,24 \text{ m/s}$

$$\text{Berechnung der Wellenlänge} \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{0,24 \text{ m s}^{-1}}{14 \text{ s}^{-1}} = 0,0171 \text{ m}$$

Für destruktive Interferenz muss der Gangunterschied ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\lambda/2$  betragen. Wähle als Gangunterschied  $1 \cdot \lambda/2$ .

Die Entfernung vom gesuchten Punkt zu einem der Spalte muss also um  $\lambda/2$  größer sein als die Entfernung zum anderen Spalt.

### 1. Die sehr einfache Lösung

Wähle den gesuchten Punkt auf der Verbindungslinie der beiden Spalte. In der Mitte ist die Entfernung gleich. Also muss man  $\lambda/4$  nach oben oder unten gehen, um den gewünschten Gangunterschied zu erhalten.

**A: Am Punkt  $(0|\lambda/4)$  kann sich die Ameise sicher fühlen. In einem Koordinatensystem mit  $1 L.E. = 1 mm$  ist das der Punkt mit den Koordinaten  $(0|4,3)$ .**

1. Die etwas kompliziertere Lösung

Wähle den gesuchten Punkt auf einer Geraden parallel zur x-Achse, die durch einen der Spalte geht. Der gesuchte Punkt hat also die y-Koordinate  $y_p = -1,5$  (oder  $y_p = +1,5$ ), wenn  $1 L.E. = 1 cm$ .

Die x-Koordinate wird ausgedrückt als Produkt  $x_p = x \cdot \lambda$ . Gesucht ist x.

Die beiden Spalte und der Punkt ergeben nun ein rechtwinkliges Dreieck. Die Entfernungen zu den Spalten sind nun Hypotenuse und Kathete dieses Dreiecks. Die Hypotenuse soll um  $\lambda/2$  größer sein als die Kathete. Mit Pythagoras gilt:

$$\begin{aligned} (x \cdot \lambda)^2 + 3^2 &= (x \cdot \lambda + \lambda/2)^2 & | \text{T} \\ \Leftrightarrow x^2 \cdot \lambda^2 + d^2 &= x^2 \cdot \lambda^2 + x \lambda^2 + \lambda^2/4 & | -x^2 \lambda^2 - \lambda^2/4 \\ \Leftrightarrow d^2 - \lambda^2/4 &= x \lambda^2 & | : \lambda^2 \\ \Leftrightarrow \frac{d^2 - \lambda^2/4}{\lambda^2} &= x & | \text{T} \\ \Leftrightarrow x &= d^2/\lambda^2 - 1/4 \end{aligned}$$

Einsetzen:  $x = 2,8125$

Also  $x_p = x \cdot \lambda = 2,8125 \cdot 0,0171 m = 0,0482 m$

**A: Am Punkt  $((d^2/\lambda^2 - 1/4 | -1,5))$  kann sich die Ameise sicher fühlen. In einem Koordinatensystem mit  $1 L.E. = 1 mm$  ist das der Punkt mit den Koordinaten  $(48,2|-15)$ .**

**b)** Erläutere mit Hilfe des Huygensschen Prinzips und einer Skizze die Entstehung von geraden Wellenfronten.

siehe Buch oder Aufzeichnungen

**Aufgabe 4:**

Ein 2 m langes Band ist an beiden Enden eingespannt. Eine Querstörung braucht von einem zum anderen Ende des Bands 1 s.

**a)** Skizziere das Wellenbild für die Grundschiwingung, die 1. Oberschiwingung und die 2. Oberschiwingung. (Für die Skizze sind Anzahl und Ort der Bäuche/Knoten entscheidend).

siehe Buch oder Aufzeichnungen. Die erste Oberschiwingung ist rechts abgebildet.

**b)** Berechne die Frequenz für die Grundschiwingung, die 1. Oberschiwingung und die 2. Oberschiwingung.

Phasengeschwindigkeit  $v = 2 \text{ m/s}$

Bei der Grundschiwingung ist  $l = \frac{1}{2}\lambda$ , also  $\lambda = 2l = 2 \cdot 2 \text{ m} = 4 \text{ m}$

$$f_0 = \frac{v}{\lambda} = \frac{2 \text{ m/s}}{4 \text{ m}} = \mathbf{0,5 \text{ Hz}}$$

Erste Oberschiwingung:  $f_1 = 2 f_0 = \mathbf{1 \text{ Hz}}$

Zweite Oberschiwingung:  $f_3 = 3 f_0 = \mathbf{1,5 \text{ Hz}}$

**Aufgabe 5:**

Hannah steht am Rand eines Schwimmbeckens und schaut durch ein Rohr auf einen bestimmten Punkt der Wasseroberfläche. (Hannah macht öfter seltsame Dinge). Sie sieht durch das Rohr sowohl den Sprungturm am Rand der anderen Seite, als auch den Abfluss am Beckenboden, der sich genau in der Mitte des Beckens befindet.

Benutze die Maße aus der Zeichnung auf Seite 3!

**a)** In welcher Höhe vom Beckenrand ist der Punkt des Sprungturms, den Hannah durch das Rohr sieht?

Berechnung des Einfallswinkels  $\alpha$ :

**b)** Berechne die Lichtgeschwindigkeit in Wasser. (Lichtgeschwindigkeit Luft:  $c_L = 299\,710 \frac{km}{s}$  )

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_L}{c_W}$$

$$\Leftrightarrow c_W = c_L \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} = 299\,710 \text{ km s}^{-1} \frac{\sin(44,87^\circ)}{\sin(70,02^\circ)} = 299\,710 \text{ km s}^{-1} \cdot 0,75068 = \mathbf{224\,987 \text{ km s}^{-1}}$$

**A: Die Lichtgeschwindigkeit in Wasser beträgt ca 225000 km/s.**

**c1)\*** Wenn sich ein Taucher in dem Becken knapp unterhalb der Wasseroberfläche befindet und mit einer Taschenlampe leicht schräg nach oben leuchtet, tritt ein besonderer physikalischer Effekt auf. Erläutere diesen Effekt mit Hilfe des Brechungsgesetzes.

**c2)\*** Stelle in einer Formel eine Bedingung für das Eintreten dieses Effekts auf.

