Mathematik Klasse 9b, 1. KA – Satzgruppe des Pythagoras – Lösung B 22.09.2020

<u>Aufgabe 1:</u> In den folgenden Teilaufgaben betrachten wir verschiedene rechtwinklige Dreiecke. Alle haben die die Ecken A, K und W, den Flächeninhalt F, die Hypotenuse a, die Katheten k und w, die Höhe h auf der Hypotenuse und die Hypotenusenabschnitte m (gehört zu k) und y (gehört zu w).

<u>1.1</u> $F=16.000\,mm^2\ ;\ k=400\,mm.$ Berechne a.

$$F=\frac{1}{2}\cdot k\cdot w \ \Leftrightarrow\ w=\frac{2F}{s}=\frac{2\cdot 16.000\,mm^2}{400\,mm}=80\,mm$$

$$a^2=k^2+w^2$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a}=\sqrt{k^2+w^2}=\sqrt{(400\,mm)^2+(80\,mm)^2}=\sqrt{160.000\,mm^2+6400\,mm^2}=\sqrt{166.400\,mm^2}$$
$$=80\cdot\sqrt{26}\,mm\approx\mathbf{407{,}92\,mm}$$

<u>1.2</u> $m=16\,cm\ ;\ y=20\,cm.$ Berechne alle übrigen Größen.

$$\boldsymbol{a}=m+y=16\,cm+20\,cm=\mathbf{36\,cm}$$

$$k^2=a\cdot m\ \Rightarrow\ \boldsymbol{k}=\sqrt{a\cdot m}=\sqrt{36\,cm\cdot 16\,cm}=\sqrt{576\,cm^2}=\mathbf{24\,cm}$$

$$w^2=a\cdot y\ \Rightarrow\ \boldsymbol{w}=\sqrt{a\cdot y}=\sqrt{36\,cm\cdot 20\,cm}=\sqrt{720\,cm^2}=12\cdot\sqrt{5}\,cm\approx\mathbf{26{,}83\,cm}$$

$$h^2=m\cdot y\ \Rightarrow\ \boldsymbol{h}=\sqrt{m\cdot y}=\sqrt{16\,cm\cdot 20\,cm}=\sqrt{320\,cm^2}=8\cdot\sqrt{5}\,cm\approx\mathbf{17{,}89\,cm}$$

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{2}a\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 36\,cm\cdot 8\sqrt{5}\,cm=144\cdot\sqrt{5}\,cm^2\approx\mathbf{321{,}99\,cm^2}$$

<u>1.3</u> *k* ist viermal so lang wie *w*. Berechne *h*.

$$a^2=k^2+w^2\ \Rightarrow a=\sqrt{k^2+w^2}=\sqrt{(4w)^2+w^2}=\sqrt{16w^2+w^2}=\sqrt{17w^2}=\sqrt{17}\,w$$

$$F=\frac{1}{2}\cdot k\cdot w=\frac{1}{2}\cdot 4w\cdot d=2w^2$$

$$F=\frac{1}{2}a\cdot h\ \Leftrightarrow\ \boldsymbol{h}=\frac{2F}{a}=\frac{2\cdot 2w^2}{\sqrt{17}\,w}=\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{\sqrt{17}}}\boldsymbol{w}$$

<u>Aufgabe 2:</u> Frau Opel will das Dach ihrer Garage abdichten. Dazu muss sie auf die Garage. Die Garage ist 3,3 m hoch, ihre Leiter ist 3,5 m lang. Sie lehnt sie so an, dass das Ende der Leiter genau mit der Dachkante abschließt. Berechne den Abstand der Leiter unten von der Garagenwand.

Nenne den Abstand d. Dann ist

$$(3{,}5\,m)^2=(3{,}3\,m)^2+d^2\ \Leftrightarrow\ d^2=(3{,}5\,m)^2-(3{,}3\,m)^2=12{,}25\,m^2-10{,}89\,m^2=1{,}36\,m^2$$

$$\Rightarrow\ \boldsymbol{d}=\sqrt{1{,}36\,m^2}=\frac{\sqrt{34}}{5}\,m\approx\mathbf{1{,}17\,m}$$

A: Der Abstand zur Garagenwand beträgt 1,17 m.

Mathematik Klasse 9b, 1. KA – Satzgruppe des Pythagoras – Lösung B 22.09.2020

<u>Aufgabe 3:</u> Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge z. Leite die Formel $A=\frac{\sqrt{3}}{4}z^2$ so wie im Unterricht her.

Teile das Dreieck an der Höhe h in zwei rechtwinklige Dreiecke. Dann gilt:

$$h^2+\left(\frac{1}{2}z\right)^2=z^2 \;\Leftrightarrow\; h^2=z^2-\frac{1}{4}z^2=\frac{3}{4}z^2 \;\Rightarrow\; h=\sqrt{\frac{3}{4}z^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot z$$

Für die Fläche gilt: $\boldsymbol{A}=\frac{1}{2}\cdot z\cdot h=\frac{1}{2}\cdot z\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}z=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}z^2}$ q.e.d.

<u>Aufgabe 4:</u> Herr Claarsen ist Vertreter für Wunderkerzen der Firma Ignis. Die neueste Attraktion der Firma ist eine Riesenwunderkerze von 55 cm Länge. Herr Claarsen fragt sich natürlich, ob die Kerze in seinen Vertreterkoffer passt. Der Koffer ist 50 cm lang, 16 cm breit und 45 cm hoch.

Berechne, ob die neue Wunderkerze in Herrn Claarsens Koffer passt.

Der Koffer ist ein Quader mit der rechteckigen Grundfläche $55\,cm\cdot 12\,cm$. Berechne die Diagonale d dieser Grundfläche:

$$d^2=(50\,cm)^2+(16\,cm)^2=2500\,cm^2+256\,cm^2=2756\,cm^2 \;\Rightarrow\; d=\sqrt{2756}\,cm\approx 52{,}50\,cm$$

Betrachte das Dreieck mit der Raumdiagonalen e als Hypotenuse, und den Katheten d und der Höhe 35 cm .

$$e^2=(45\,cm)^2+d^2=2025\,cm^2+2756\,cm^2=4701\,cm^2 \;\Rightarrow\; e=\sqrt{4701}\,cm\approx 69{,}14\,cm$$

A: Die Wunderkerze passt nicht in den Koffer.