

Aufgabe 1: In den folgenden Teilaufgaben betrachten wir verschiedene rechtwinklige Dreiecke. Alle haben die Ecken A, S und D, den Flächeninhalt F, die Hypotenuse a, die Katheten s und d, die Höhe h auf der Hypotenuse und die Hypotenusenabschnitte w (gehört zu s) und x (gehört zu d).

1.1 $F = 12.000 \text{ mm}^2$; $s = 200 \text{ mm}$. Berechne a.

$$F = \frac{1}{2} \cdot s \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{2F}{s} = \frac{2 \cdot 12.000 \text{ mm}^2}{200 \text{ mm}} = 120 \text{ mm}$$

$$a^2 = s^2 + d^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{s^2 + d^2} = \sqrt{(200 \text{ mm})^2 + (120 \text{ mm})^2} = \sqrt{40.000 \text{ mm}^2 + 14.400 \text{ mm}^2} = \sqrt{54.400 \text{ mm}^2} \\ = 40 \cdot \sqrt{34} \text{ mm} \approx 233,24 \text{ mm}$$

1.2 $w = 12 \text{ cm}$; $x = 20 \text{ cm}$. Berechne alle übrigen Größen.

$$a = w + x = 12 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 32 \text{ cm}$$

$$s^2 = a \cdot w \Rightarrow s = \sqrt{a \cdot w} = \sqrt{32 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}} = \sqrt{384 \text{ cm}^2} = 8 \cdot \sqrt{6} \text{ cm} \approx 19,60 \text{ cm}$$

$$d^2 = a \cdot x \Rightarrow d = \sqrt{a \cdot x} = \sqrt{32 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}} = \sqrt{640 \text{ cm}^2} = 8 \cdot \sqrt{10} \text{ cm} \approx 25,30 \text{ cm}$$

$$h^2 = w \cdot x \Rightarrow h = \sqrt{w \cdot x} = \sqrt{12 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}} = \sqrt{240 \text{ cm}^2} = 4 \cdot \sqrt{15} \text{ cm} \approx 15,49 \text{ cm}$$

$$F = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 32 \text{ cm} \cdot 4 \sqrt{15} \text{ cm} = 64 \cdot \sqrt{15} \text{ cm}^2 \approx 247,87 \text{ cm}^2$$

1.3 s ist dreimal so lang wie d. Berechne h.

$$a^2 = s^2 + d^2 \Rightarrow a = \sqrt{s^2 + d^2} = \sqrt{(3d)^2 + d^2} = \sqrt{9d^2 + d^2} = \sqrt{10d^2} = \sqrt{10} d$$

$$F = \frac{1}{2} \cdot s \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 3d \cdot d = 1,5 d^2$$

$$F = \frac{1}{2} a \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{2F}{a} = \frac{2 \cdot 1,5 d^2}{\sqrt{10} d} = \frac{3}{\sqrt{10}} d$$

Aufgabe 2: Herr Benz will das Dach seiner Garage abdichten. Dazu muss er auf die Garage. Die Garage ist 2,6 m hoch, seine Leiter ist 3,2 m lang. Er lehnt sie so an, dass das Ende der Leiter genau mit der Dachkante abschließt. Berechne den Abstand der Leiter unten von der Garagenwand.

Nenne den Abstand d. Dann ist

$$(3,2 \text{ m})^2 = (2,6 \text{ m})^2 + d^2 \Leftrightarrow d^2 = (3,2 \text{ m})^2 - (2,6 \text{ m})^2 = 10,24 \text{ m}^2 - 6,76 \text{ m}^2 = 3,48 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{3,48 \text{ m}^2} = \frac{\sqrt{87}}{5} \text{ m} \approx 1,87 \text{ m}$$

A: Der Abstand zur Garagenwand beträgt 1,87 m.

Aufgabe 3: Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge p . Leite die Formel

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} p^2 \quad \text{so wie im Unterricht her.}$$

Teile das Dreieck an der Höhe h in zwei rechtwinklige Dreiecke. Dann gilt:

$$h^2 + \left(\frac{1}{2}p\right)^2 = p^2 \Leftrightarrow h^2 = p^2 - \frac{1}{4}p^2 = \frac{3}{4}p^2 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{3}{4}p^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot p$$

Für die Fläche gilt: $A = \frac{1}{2} \cdot p \cdot h = \frac{1}{2} \cdot p \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} p = \frac{\sqrt{3}}{4} p^2$ q.e.d.

Aufgabe 4: Herr Claarsen ist Vertreter für Wunderkerzen der Firma Ignis. Die neueste Attraktion der Firma ist eine Riesenwunderkerze von 66 cm Länge. Herr Claarsen fragt sich natürlich, ob die Kerze in seinen Vertreterkoffer passt. Der Koffer ist 55 cm lang, 12 cm breit und 35 cm hoch.

Berechne, ob die neue Wunderkerze in Herrn Claarsens Koffer passt.

Der Koffer ist ein Quader mit der rechteckigen Grundfläche $55 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$. Berechne die Diagonale d dieser Grundfläche:

$$d^2 = (55 \text{ cm})^2 + (12 \text{ cm})^2 = 3025 \text{ cm}^2 + 144 \text{ cm}^2 = 3169 \text{ cm}^2 \Rightarrow d = \sqrt{3169} \text{ cm} \approx 56,29 \text{ cm}$$

Betrachte das Dreieck mit der Raumdiagonalen e als Hypotenuse, und den Katheten d und der Höhe 35 cm.

$$e^2 = (35 \text{ cm})^2 + d^2 = 1225 \text{ cm}^2 + 3169 \text{ cm}^2 = 4394 \text{ cm}^2 \Rightarrow e = \sqrt{4394} \text{ cm} = 13\sqrt{26} \text{ cm} \approx 66,29 \text{ cm}$$

A: Die Wunderkerze passt so gerade eben in den Koffer.

