

Aufgabe 1: Gleichungen lösen

1.1 Berechne die Nullstellen von $f(x) = 3x^2 - 3x - 6$

$$\begin{aligned}
 0 &= 3x_n^2 - 3x_n - 6 \quad | :3 \\
 \Leftrightarrow 0 &= x_n^2 - x_n - 2 \quad | T \quad (\text{Natürlich kann man ab hier auch die p-q-Formel benutzen}) \\
 \Leftrightarrow 0 &= x_n^2 - x_n + 0,25 - 0,25 - 2 \quad | T \\
 \Leftrightarrow 0 &= (x_n - 0,5)^2 - 2,25 \quad | +2,25 \\
 \Leftrightarrow 2,25 &= (x_n - 0,5)^2 \quad | \sqrt{} \\
 \Leftrightarrow \pm 1,5 &= x_n - 0,5 \quad | +0,5 \\
 \Rightarrow x_1 &= -1,5 + 0,5 = -1 \quad ; \quad x_2 = 1,5 + 0,5 = 2
 \end{aligned}$$

1.2 Löse die Gleichung $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

$$x^4 - 20x^2 + 64 = 0$$

Substituiere $z = x^2$

$$\Rightarrow z^2 - 20z + 64 = 0 \quad \text{Wende p-q-Formel an (Quadratische Ergänzung geht natürlich auch)}$$

$$z_{1/2} = 10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 64} = 10 \pm \sqrt{100 - 64} = 10 \pm \sqrt{36} = 10 \pm 6 \Rightarrow z_1 = 10 - 6 = 4 \quad ; \quad z_2 = 10 + 6 = 16$$

Rücksubstitution: $z = x^2 \Rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{z}$

$$z_1 = 4 \Rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

$$z_2 = 16 \Rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{16} = \pm 4 \quad \text{Also } x_1 = -2 \quad ; \quad x_2 = 2 \quad ; \quad x_3 = -4 \quad ; \quad x_4 = 4$$

Aufgabe 2: Löse alle Klammern auf

2.1 $(x+5)(x-8) = x^2 - 8x + 5x - 40 = x^2 - 3x - 40$

2.2 $(x+3y)^4 = x^4 + 4x^3 \cdot 3y + 6x^2(3y)^2 + 4 \cdot x(3y)^3 + (3y)^4$
 $= x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot 3y + 6 \cdot x^2 \cdot 9y^2 + 4 \cdot x \cdot 27y^3 + 81y^4$
 $= x^4 + 12x^3y + 54x^2y^2 + 108xy^3 + 81y^4$

Aufgabe 3: Ausklammern

3.1 Klammere möglichst viele Faktoren aus:

$$\begin{aligned}
 &80a^2b^3c^4 + 16x^2y^2abc^2 + 24a^2b^2c^2 + 16abc^2 \\
 &= 8abc^2(10ab^2c^2 + 2x^2y^2 + 3ab + 2)
 \end{aligned}$$

3.2 Klammere x^2y^2 aus: $2x^2y^2z^2 + 2x^4y^4 + xy + \frac{1}{xy} = x^2y^2 \left(2z^2 + 2x^2y^2 + \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^3y^3} \right)$

auch möglich: $2x^2y^2z^2 + 2x^4y^4 + xy + \frac{1}{xy} = x^2y^2(2z^2 + 2x^2y^2) + xy + \frac{1}{xy}$

Aufgabe 4: Berechne und kürze ggf. vollständig oder schreibe als Dezimalbruch

$$4.1 \quad 0,8^2 = \left(\frac{8}{10}\right)^2 = \frac{64}{100} = 0,64$$

4.2

$$1,3^3 = \left(\frac{13}{10}\right)^3 = \frac{13^3}{10^3} = \frac{(10+3)^3}{1000} = \frac{10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 3 + 3 \cdot 10 \cdot 3^2 + 3^3}{1000} = \frac{1000 + 900 + 270 + 27}{1000} = \frac{2197}{1000} = 2,197$$

Aufgabe 5: Schreibe als Potenz mit möglichst einfacher Basis

$$5.1 \quad 216 = 6^3 \qquad 5.2 \quad 243 = 3^4$$

Aufgabe 6: Schreibe ohne Bruchstrich, kürze, wenn möglich, und löse alle Klammern auf.

$$6.1 \quad \frac{2}{a} = 2a^{-1}$$

$$6.2 \quad \frac{(x+y)^{-2}}{(x+y)^{-3} z^{-4}} = (x+y)^{-2} \cdot (x+y)^3 z^4 = (x+y)^{-2+3} \cdot z^4 = (x+y) \cdot z^4 = xz^4 + yz^4$$

6.3

$$\frac{(a^{2x+1} b^{2x+2} c^4)^y}{(a^x b^x c^2)^{2y}} = \frac{(a^{2x+1} b^{2x+2} c^4)^y}{(a^{2x} b^{2x} c^4)^y} = \left(\frac{a^{2x+1} b^{2x+2} c^4}{a^{2x} b^{2x} c^4}\right)^y = (a^{2x+1-2x} b^{2x+2-2x})^y = (a^1 b^2)^y = a^y b^{2y}$$

Aufgabe 7: Berechne bzw. vereinfache so weit wie möglich

$$7.1 \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 48} = \sqrt{144} = 12$$

$$7.2 \quad \sqrt{3} \cdot (\sqrt{75} + \sqrt{147}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{74} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{147} = \sqrt{3 \cdot 75} + \sqrt{3 \cdot 147} = \sqrt{225} + \sqrt{441} = 15 + 21 = 36$$

$$7.3 \quad \frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{\frac{x^2-1}{x+1}} = \sqrt{\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}} = \sqrt{x-1}$$