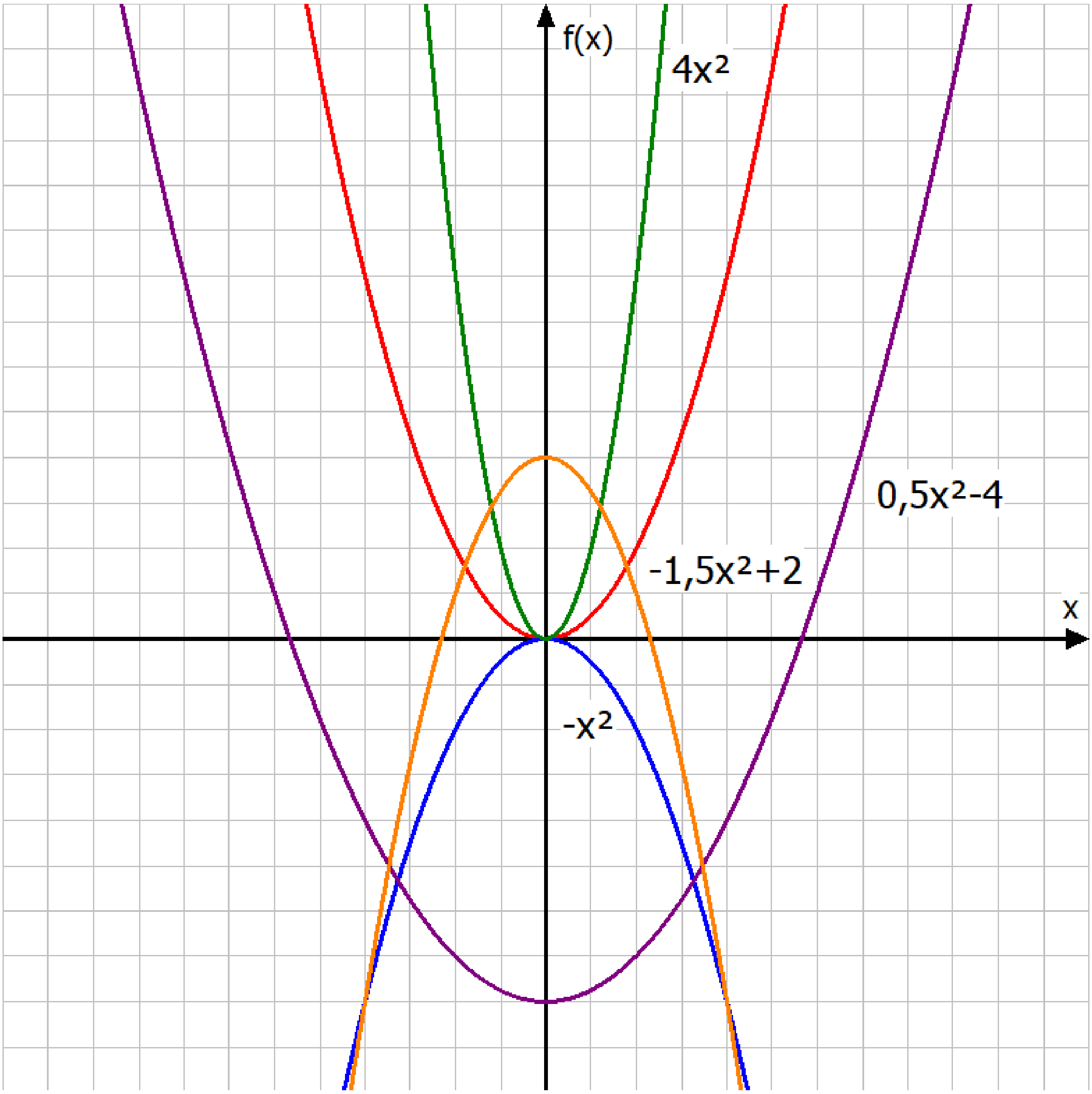
Aufgabe 1: Die Abbildung unten zeigt eine Normalparabel. Skizziere die folgenden Parabeln in die Zeichnung unten. Dabei geht es um das prinzipielle Aussehen und nicht darum, die Parabel möglichst genau zu zeichnen. Benutze verschiedene Farben und kennzeichne deine Graphen.

1.1 $f(x)=-x^2$ **1.2** $g(x)=4x^2$ **1.3** $h(x)=\frac{1}{2}x^2-4$ **1.4** $k(x)=-\frac{3}{2}x^2+2$



Mathematik Klasse 9b, 2. KA – Quadr. Funktionen u. Gleich. – Lösung A 27.11.2019

<u>Aufgabe 2:</u> Bringe die Funktionsgleichung in die Form $f(x)=ax^2+bx+c$.

<u>2.1</u> $f(x)=5+x+x+3x^2-2x^2=\mathbf{x^2+2x+5}$

<u>2.2</u> $f(x)=(x-4)\cdot(x+5)=x^2+5x-4x-20=\mathbf{x^2+x-20}$

<u>2.3</u> $f(x)=5(x-6)^2+2=5\cdot(x^2-12x+36)+2=5x^2-60x+180+2=\mathbf{5x^2-60x+182}$

<u>Aufgabe 3:</u> Bestimme den Scheitelpunkt der folgenden quadratischen Funktionen.

<u>3.1</u> $f(x)=(x-2)^2-3$ direkt ablesen: $\mathbf{SP(2|-3)}$

<u>3.2</u> $f(x)=-3x^2+18x-10$

$$\begin{aligned}&=-3(x^2-6x)-10\\&=-3(x^2-6x+9-9)-10\\&=-3[(x-3)^2-9]-10\\&=-3(x-3)^2+27-10\\&=-3(x-3)^2+17\end{aligned}$$
ablesen: $\mathbf{SP(3|17)}$

<u>3.3</u> $f(x)=(x-4)\cdot(x+5)$

$=x^2+x-20$ (siehe 2.2)

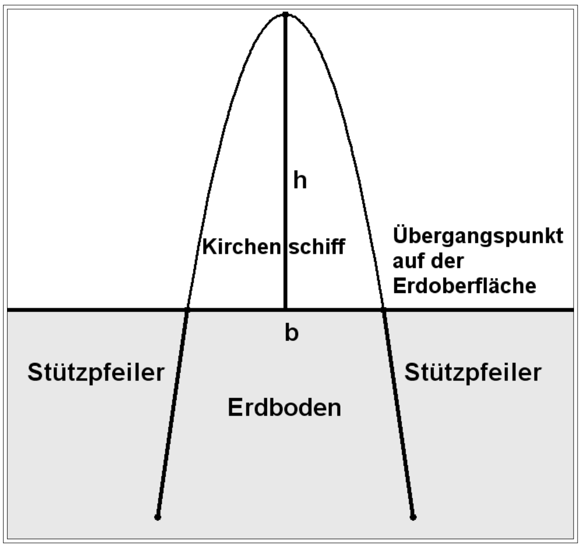
$=x^2+x+0{,}25-0{,}25-20$

$=(x+0{,}5)^2-20{,}25$ ablesen: $\mathbf{SP(-0{,}5|-20{,}25)}$

<u>Aufgabe 4:</u> Die Parabelkirche in Gelsenkirchen wurde von dem Architekten Josef Franke in den Jahren 1927-1929 erbaut.

Das Kirchenmittelschiff kann mit der Funktionsgleichung $f(x)=-\frac{3}{5}x^2-6x$ beschrieben werden. Der Kronleuchter ist an einem 4 m langem Seil an der höchsten Stelle der Kirchendecke aufgehangen.

Berechne, in welcher Höhe der Kronleuchter hängt.



Skizze des Kirchenschiffes

$$\begin{aligned}f(x)&=-\frac{3}{5}x^2-6x\\&=-\frac{3}{5}\cdot(x^2+10x)\\&=-\frac{3}{5}\cdot(x^2+10+25-25)\\&=-\frac{3}{5}\cdot(x^2+10+25-25)\\&=-\frac{3}{5}(x+5)^2+15\end{aligned}$$

$SP(-5|15)$ Höhe Decke: 15 m; Kronleuchter $15m-4m=11m$

A: Der Kronleuchter hängt in 11 m Höhe.

Mathematik Klasse 9b, 2. KA – Quadr. Funktionen u. Gleich. – Lösung A 27.11.2019

Aufgabe 5: Berechne zweimal die Lösungen der folgenden Gleichung. Benutze beim ersten Mal die quadratische Ergänzung und beim zweiten Mal die Lösungsformel.

gemeinsamer Rechenweg

$$
\begin{aligned}
& 4x^2+3x=2-x^2 \quad | +x^2-2 \\
\Leftrightarrow\quad & 5x^2+3x-2=0 \quad | :5 \\
\Leftrightarrow\quad & x^2+\frac{3}{5}x-\frac{2}{5}=0
\end{aligned}
$$

quadratische Ergänzung

$$
\begin{aligned}
& x^2+\frac{3}{5}x-\frac{2}{5}=0 \quad | \ T \\
\Leftrightarrow\quad & x^2+\frac{3}{5}x+\frac{9}{100}-\frac{9}{100}-\frac{2}{5}=0 \quad | \ T \\
\Leftrightarrow\quad & \left(x+\frac{3}{10}\right)^2-\frac{9}{100}-\frac{40}{100}=0 \quad | +\frac{49}{100} \\
\Leftrightarrow\quad & \left(x+\frac{3}{10}\right)^2=\frac{49}{100} \quad | \sqrt{\ } \\
\Leftrightarrow\quad & x_{1/2}+\frac{3}{10}=\pm\frac{7}{10} \quad | -\frac{3}{10} \\
\Rightarrow\quad & \boldsymbol{x_1}=-\frac{7}{10}-\frac{3}{10}=\mathbf{-1} \ ; \ \boldsymbol{x_2}=+\frac{7}{10}-\frac{3}{10}=\mathbf{\frac{4}{10}=0{,}4}
\end{aligned}
$$

Lösungsformel

$$
\begin{aligned}
& x^2+\frac{3}{5}x-\frac{2}{5}=0 \\
\Rightarrow & x_{1/2}=-\frac{3}{10}\pm\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2+\frac{2}{5}}=-\frac{3}{10}\pm\sqrt{\frac{9}{100}+\frac{40}{100}}=-\frac{3}{10}\pm\sqrt{\frac{49}{100}}=-\frac{3}{10}\pm\frac{7}{10} \\
\Rightarrow\quad & \boldsymbol{x_1}=-\frac{7}{10}-\frac{3}{10}=\mathbf{-1} \ ; \ \boldsymbol{x_2}=+\frac{7}{10}-\frac{3}{10}=\mathbf{\frac{4}{10}=0{,}4}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 6: Bestimme die Anzahl der Nullstellen der folgenden Funktion, ohne die Nullstellen selbst zu berechnen.

$$f(x)=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+\frac{7}{4}$$

$$
\begin{aligned}
& 0=-\frac{1}{4}x_n^2+\frac{3}{2}x_n+\frac{7}{4} \quad | \cdot(-4) \\
\Leftrightarrow\quad & 0=x_n^2-6x_n-7 \qquad \Rightarrow p=-6 ; q=-7
\end{aligned}
$$

$D=\left(\frac{-6}{2}\right)^2-(-7)=9+7=16>0$ **A: Es gibt zwei Nullstellen.**

Mathematik Klasse 9b, 2. KA – Quadr. Funktionen u. Gleich. – Lösung A 27.11.2019

Aufgabe 7: Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen.

7.1 $f(x)=3x+10$

$$3x_n+10=0 \quad | -10$$
$$\Leftrightarrow \; 3x_n=-10 \quad | :3$$
$$\Leftrightarrow \; \boldsymbol{x_n=-\frac{10}{3}}$$

7.2 $f(x)=(x-4)\cdot(x+5)\cdot(x+3{,}4)$

$$0=(x_n-4)\cdot(x_n+5)\cdot(x_n+3{,}4)$$

Nullstellen ablesen: $\boldsymbol{x_1=4 \;\; ; \;\; x_2=-5 \;\; ; \;\; x_3=-3{,}4}$

7.3 $f(x)=(x^2-2x+1)\cdot(2x^2-3x-9)$

$$0=(x_n^2-2x_n+1)\cdot(2x_n^2-3x_n-9)$$

Betrachte 1. Klammer:

$$0=x_n^2-2x_n+1$$
$$\Leftrightarrow \; 0=(x_n-1)^2 \quad \text{ablesen:} \quad \boldsymbol{x_1=1}$$

Betrachte 2. Klammer:

$$0=2x_n^2-3x_n-9 \quad | :2$$
$$\Leftrightarrow \; 0=x_n^2-\frac{3}{2}x_n-\frac{9}{2}$$

Lösungsformel:

$$\begin{aligned} x_{1/2} &= \frac{3}{4} \pm \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{2}} \\ &= \frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16}+\frac{72}{16}} \\ &= \frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{81}{16}} \\ &= \frac{3}{4} \pm \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{x_1}=-\frac{6}{4}=\boldsymbol{-\frac{3}{2}} \;\; ; \;\; \boldsymbol{x_2}=\frac{12}{4}=\boldsymbol{3}$$