Mathematik Klasse 10a, 1. KA – Quadr. Funktionen und Gleichungen – Lösung B 16.09.2013

Aufgabe 1: Berechne die Nullstellen der folgenden Funktionen. Das Lösungsverfahren „Probieren“ ist für diese Aufgabe nicht zulässig.

a) $g(x)=(x^2-9)(x-2)$ $0=(x_n^2-9)(x_n-2)$ $\Rightarrow x_1=2$ (zweite Klammer) 1. Klammer: $x_{3/4}^2-9=0 \quad \vert +9$ $\Leftrightarrow x_{3/4}^2=9 \quad \vert \sqrt{}$ $\Leftrightarrow x_{3/4}=\pm 3$ Also $\boldsymbol{x_1=2\ ;\ x_2=-3\ ;\ x_3=3}$	**b)** $h(x)=x^3-64x$ $0=x_n^3-64x_n \quad \vert\ T$ $\Leftrightarrow 0=x_n(x_n^2-64)$ $\Rightarrow x_1=0$ 2. Klammer: $x_{3/4}^2-64=0 \quad \vert +64$ $\Leftrightarrow x_{3/4}^2=64 \quad \vert \sqrt{}$ $\Leftrightarrow x_{3/4}=\pm 8$ Also $\boldsymbol{x_1=0\ ;\ x_2=-8\ ;\ x_3=8}$	**c)** $k(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x-4{,}5$ $0=-\frac{1}{2}x^2+3x-4{,}5 \quad \vert \cdot(-2)$ $\Leftrightarrow 0=x_n^2-6x_n+9$ $\Leftrightarrow 0=(x_n-3)^2$ Also $\boldsymbol{x_1=3}$

Aufgabe 2: Berechne alle Schnittpunkte der Funktionen $f(x)=x^2-5x+1$ und $g(x)=4x^2-2x-5.$

$x_s^2-5x_s+1=4x_s^2-2x_s-5 \quad \vert -4x_s^2+2x_s+5$ $\Leftrightarrow -3x_s^2-3x_s+6=0 \quad \vert :(-3)$ $\Leftrightarrow x_s^2+x_s-2=0$ p-q-Formel: $x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{2}^2+2}=-1\pm\sqrt{2{,}25}=-1\pm 1{,}5$ $\Rightarrow x_1=-0{,}5-1{,}5=-2$ $\Rightarrow x_2=-0{,}5+1{,}5=1$	Berechne die y-Koordinaten: $y_1=f(x_1)=f(-2)=(-2)^2-5\cdot(-2)+1$ $=4+10+1=15$ $y_2=f(x_2)=f(2)=1^2-5\cdot 1+1=1-5+1=-3$ Also $\boldsymbol{S_1(-2\vert 15);S_2(1\vert -3)}$

Aufgabe 3: Berechne den Scheitelpunkt von $f(x)=x^2-5x+1$

Umwandeln in Scheitelpunktsform:

$$\begin{aligned} f(x)&=x^2-5x+1\\ &=x^2-5x+2{,}5^2-2{,}5^2+1\\ &=(x-2{,}5)^2-5{,}25 \end{aligned}$$ Damit ist $\boldsymbol{S(2{,}5\vert -5{,}25)}$

Aufgabe 4: Berechne die Anzahl der Lösungen der folgenden Gleichungen mit Hilfe der Diskriminanten. (Hinweis: Die Lösungen dürfen nicht explizit berechnet werden).

a) $x^2-4x+2=0$ $D=\left(\frac{-4}{2}\right)^2-2=4-2=2>0$ Die Gleichung hat **zwei** Lösungen.	**b)** $4x-1=4x^2 \quad \vert -4x^2$ $\Leftrightarrow -4x^2+4x-1=0 \quad \vert :(-4)$ $\Leftrightarrow x^2-x+\frac{1}{4}=0$ $D=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$ Die Gleichung hat **eine** Lösung.

Mathematik Klasse 10a, 1. KA – Quadr. Funktionen und Gleichungen – Lösung B 16.09.2013

<u>**Aufgabe 5:**</u> Berechne die Lösungen der folgenden Gleichungen. Gib die Lösungsmenge an.

a) $6x^2=-9+3x^4 \quad \mid +9-3x^4$ $\Leftrightarrow -3x^4+6x^2+9=0 \quad \mid :(-3)$ $\Leftrightarrow x^4-2x^2-3=0$ Substitution $z=x^2$ $z^2-2z-3=0$ p-q-Formel: $z_{1/2}=1\pm\sqrt{(-1)^2+3}=1\pm\sqrt{4}=1\pm 2$ $\Rightarrow z_1=3 \;;\; z_2=-1$ Rücksubstitution: $x=\pm\sqrt{z}$ $\Rightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{z_1}=\pm\sqrt{3}$ $\Rightarrow x_{3/4}=\pm\sqrt{z_2}=\pm\sqrt{-1}$ geht nicht $\boldsymbol{L=\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}}$	**b)** $\frac{2x-14}{(x-4)(x+4)}+\frac{2x-5}{(x-4)x}=\frac{3x-7}{(x+4)x}$ $\mid \cdot x(x-4)(x+4)$ $\Leftrightarrow x\cdot(2x-14)+(x+4)(2x-5)=(x-4)(3x-7)$ $\Leftrightarrow 2x^2-14x+2x^2-5x+8x-20=3x^2-7x-12x+28$ $\Leftrightarrow 4x^2-11x-20=3x^2-19x+28 \quad \mid -3x^2+19x-28$ $\Leftrightarrow x^2+8x-48=0$ p-q-Formel: $x_{1/2}=-4\pm\sqrt{4^2+48}=-4\pm\sqrt{64}=-4\pm 8$ $\Rightarrow x_1=-4-8=-12 \,;\, x_2=-4+8=4$ Definitionsmenge: $\mathbb{R}\setminus\{-4;0;4\}$ x_2 gehört nicht zur Definitionsmenge, also ist nur x_1 eine gültige Lösung. $\boldsymbol{L=\{-12\}}$
c) $\sqrt{x+4}+2=x \quad \mid -2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+4}=x-2 \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow x+4=x^2-4x+4 \quad \mid -x-4$ $\Leftrightarrow 0=x^2-5x \quad \mid T$ $\Leftrightarrow 0=x\cdot(x-5)$ $\Rightarrow x_1=0 \,;\, x_2=5$ Probe: x_1: $\sqrt{0+4}+2=0$ $\Leftrightarrow 2+2=0$ unwahr x_2: $\sqrt{5+4}+2=5$ $\Leftrightarrow 3+2=5$ wahr $\boldsymbol{L=\{5\}}$	**d)** $\sqrt{x}+\sqrt{x+12}=\sqrt{2x+4} \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow x+2\sqrt{x}\sqrt{x+12}+x+12=2x+4 \quad \mid -2x-12$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x}\sqrt{x+12}=-8 \quad \mid :2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}\sqrt{x+12}=-4 \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow x\cdot(x+12)=16 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x^2+12x=16 \quad \mid -16$ $\Leftrightarrow x^2+12x-16=0$ p-q-Formel: $x_{1/2}=-6\pm\sqrt{6^2+16}=-6\pm\sqrt{36+16}=-6\pm\sqrt{48}$ $\Rightarrow x_1=-6-\sqrt{48} \;;\; x_2=-6+\sqrt{48}$ Hinweis: Wegen eines Tippfehlers ($\sqrt{x+12}$ statt $\sqrt{x-12}$) sind die Ergebnisse keine glatten Zahlen. Die genaue Probe ist daher unnötig schwer zu berechnen. (Wegen $\sqrt{x}$ fällt aber x_1 als negative Zahl heraus). Eine fehlende Probe wird hier nicht gewertet. Eine korrekte Probe führt zu zwei Bonuspunkten.