

**Aufgabe 1:** Berechne die Lösungen der folgenden Gleichungen.

<p><b>a)</b> <math>\sqrt{x}=5 \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow x=25</math></p> <p>Probe: <math>\sqrt{25}=5</math>  <math>\Leftrightarrow 5=5 \quad \text{o.k.}</math></p>	<p><b>b)</b> <math>\sqrt{x}=-5 \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow x=25</math></p> <p>Probe: <math>\sqrt{25}=-5</math>  <math>\Leftrightarrow 5=-5 \quad \text{Probe nicht o.k.!</math></p>
<p><b>b)</b> <math>\sqrt{x+5}=5 \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow x+5=25 \quad   -5</math>  <math>\Leftrightarrow x=20</math></p> <p>Probe: <math>\sqrt{20+5}=5</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{25}=5</math>  <math>\Leftrightarrow 5=5 \quad \text{o.k.}</math></p>	<p><b>c)</b> <math>\sqrt{x}+5=13 \quad -5</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{x}=8 \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow \sqrt{x}=64</math></p> <p>Probe: <math>\sqrt{64}+5=13</math>  <math>\Leftrightarrow 8+5=13</math>  <math>\Leftrightarrow 13=13 \quad \text{o.k.}</math></p>

**Aufgabe 2:** Bestimme die Lösungsmenge.

<p><b>a)</b> <math>\sqrt{y^2+1}=y+1 \quad  ^2</math>  <math>y^2+1=y^2+2y+1 \quad   -y^2-1</math>  <math>0=2y \quad   :2</math>  <math>y=0</math></p> <p>Probe: <math>\sqrt{0^2+1}=0+1</math>  <math>\sqrt{1}=1</math></p> <p>Probe ok, <math>L = \{0\}</math></p>	<p><b>b)</b> <math>\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x}=0 \quad  </math>  <math>+\sqrt{2x}</math>  <math>\sqrt{3x+1}=\sqrt{2x} \quad  ^2</math>  <math>3x+1=2x \quad   -2x-1</math>  <math>x=-1</math></p> <p>Probe:  <math>\sqrt{3 \cdot (-1)+1}-\sqrt{2 \cdot (-1)}=0</math></p> <p>Wurzel negativ, damit          Probe nicht ok, <math>L = \{\}</math></p>	<p><b>c)</b> <math>\sqrt{x-6}=\sqrt{x}-\sqrt{4x-14} \quad  ^2</math>  <math>x-6=x-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}+4x-14</math>  <math>x-6=5x-14-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}</math>  <math>4x+8=-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}</math>  <math>2x-4=\sqrt{x}\sqrt{4x-14}</math>  <math>4x^2-16x+16=4x^2-14x</math>  <math>-16x+16=-14x</math>  <math>16=2x</math>  <math>\Leftrightarrow x=8</math></p> <p>Probe: <math>\sqrt{8-6}=\sqrt{8}-\sqrt{4 \cdot 8-14}</math>  <math>\sqrt{2}=\sqrt{8}-\sqrt{18}</math>  <math>\sqrt{2}=\sqrt{2 \cdot 4}-\sqrt{2 \cdot 9}</math>  <math>\sqrt{2}=\sqrt{2} \cdot 2-\sqrt{2} \cdot 3</math>  <math>\sqrt{2}=-\sqrt{2}</math></p> <p>Nicht ok, <math>L = \{\}</math></p>
---	---	---

**Aufgabe 3:** Löse die Gleichungen.

<p><b>a)</b> <math>\sqrt{x-1} = \sqrt{4x-7} \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow x-1 = 4x-7 \quad   -x + 7</math>  <math>\Leftrightarrow 6 = 3x \quad   :3</math>  <math>\Leftrightarrow x = 2</math></p> <p>Probe:  <math>\sqrt{2-1} = \sqrt{4 \cdot 2 - 7}</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{2-1} = \sqrt{8-7}</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{1} = \sqrt{1}</math></p> <p>Probe o.k. Damit <math>L = \{2\}</math></p>	<p><b>b)</b> <math>\sqrt{4x^2+5} = 2x-1 \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow 4x^2+5 = 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1</math>  <math>  - 4x^2 - 1</math>  <math>\Leftrightarrow 4 = 4x \quad   : 4</math>  <math>\Leftrightarrow x = 1</math></p> <p>Probe:  <math>\sqrt{4 \cdot 1^2 + 5} = 2 \cdot 1 - 1</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{9} = 1 \quad \text{Widerspruch!}</math></p> <p>Damit <math>L = \{\}</math></p>	<p><b>c)</b> <math>2\sqrt{x^2 - \frac{1}{2}x + 2x + 1} = 0 \quad   -2x - 1</math>  <math>\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - \frac{1}{2}x} = -2x - 1 \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow 4\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) = 4x^2 + 4x + 1 \quad   T</math>  <math>\Leftrightarrow 4x^2 - \frac{4}{2}x = 4x^2 + 4x + 1 \quad   - 4x^2 - 4x</math>  <math>\Leftrightarrow -6x = 1 \quad   : (-1)</math>  <math>\Leftrightarrow x = -\frac{1}{6}</math></p> <p>Probe: <math>2\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 1} = 0</math>  <math>\Leftrightarrow 2\sqrt{\frac{1}{36} - \frac{1}{12} + \frac{1}{3} + 1} = 0</math>  <math>\Leftrightarrow 2\sqrt{\frac{1}{36} - \frac{3}{36} + \frac{1}{3} + 1} = 0</math></p> <p>Radikant negativ: Probe nicht o.k.!          Damit <math>L = \{\}</math></p>
---	--	---

**Aufgabe 4:** Berechne, für welche Werte von x die folgenden Gleichungen erfüllt sind.

<p><b>a)</b> <math>\sqrt{x^2-5} = x+5 \quad  ^2</math>  <math>\Rightarrow x^2-5 = x^2 + 10x + 25 \quad   - x^2 - 25</math>  <math>\Leftrightarrow -30 = 10x \quad   : 10</math>  <math>\Leftrightarrow -3 = x</math></p>	<p>Probe: <math>\sqrt{(-3)^2-5} = -3+5</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{9-5} = 2</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{4} = 2 \quad \text{wahr!}</math></p> <p><math>L = \{-3\}</math></p>
<p><b>b)</b> <math>\sqrt{9x+12\sqrt{x}+4} = 0</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{(3\sqrt{x}+2)^2} = 0</math>  <math>\Rightarrow 3\sqrt{x}+2 = 0 \quad   - 2</math>  <math>\Leftrightarrow 3\sqrt{x} = -2 \quad   ^2</math>  <math>\Rightarrow 9x = 4 \quad   : 9</math>  <math>\Leftrightarrow x = \frac{4}{9}</math></p>	<p>Probe:  <math>\sqrt{9 \cdot \left(\frac{4}{9}\right) + 12\sqrt{\frac{4}{9}} + 4} = 0</math></p> <p>Jeder Summand im Radikanten ist positiv, also ist der Radikant positiv und ungleich null und die Gleichung ist nicht erfüllt.</p> <p><math>L = \{\}</math></p>