

**Aufgabe 1:** Vervollständige die folgenden Potenzrechengesetze. Falls es kein passendes Gesetz gibt, schreibe „kein Gesetz“.

a)  $a^x : b^x = \left(\frac{a}{b}\right)^x$     b)  $a^x \cdot b^y \Rightarrow$  *kein Gesetz*    c)  $a^x + b^x \Rightarrow$  *kein Gesetz*    d)  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

**Aufgabe 2:** Vereinfache die folgenden Terme mit Hilfe der Potenzrechengesetze so weit wie möglich.

a)  $x^{100} : x^{99} = x^{100-99} = x^1 = x$     b)  $(xy)^2 : (xy^2) = \frac{x^2 y^2}{x y^2} = x$

c)  $(a-b)^2 \cdot (a+b)^2 = ((a-b) \cdot (a+b))^2 = (a^2 - b^2)^2$

d)  $a^{x+y} \cdot a^{x^{1-\frac{y}{x}}} = a^{x+y} a^{x \cdot \left(1-\frac{y}{x}\right)} = a^{x+y} \cdot a^{x-y} = a^{(x+y)+(x-y)} = a^{2x}$

**Aufgabe 3:** Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme mit einem Verfahren deiner Wahl.

a)  
 I.  $8y = 22 + x \quad | -x$   
 II.  $5x = -20 + 4y \quad | -4y$   
 Ia.  $-x + 8y = 22$   
 IIa.  $5x - 4y = -20 \quad | \cdot 2$   
 Ia.  $-x + 8y = 22 \quad | Ia + IIb$   
 IIb.  $10x - 8y = -40$

$9x = -18 \quad | :9$   
 $\Leftrightarrow x = -2$

Setze  $x = -2$  in I. ein:

$8y = 22 + (-2) \quad | :8$   
 $\Leftrightarrow y = 2,5$

$x = -2 \quad ; \quad y = 2,5$

b)  
 I.  $x + 2y - 2z = -2$   
 II.  $-4x - 2y - \frac{1}{2}z = -15$   
 III.  $\frac{1}{2}x - y - z = 1 \quad | \cdot 2$

I.  $x + 2y - 2z = -2 \quad | I + II$   
 II.  $-4x - 2y - \frac{1}{2}z = -15$   
 IIIa.  $x - 2y - 2z = 2 \quad | IIIa - II$

Ia.  $-3x - 2,5z = -17 \quad | \cdot 3$   
 IIIb.  $5x - 1,5z = 17 \quad | \cdot 5$   
 Ib.  $-9x - 7,5z = -51$   
 IIIc.  $25x - 7,5z = 85 \quad | IIIc - Ib$

IIId.  $34x = 136 \quad | :34$   
 $\Leftrightarrow x = 4$

Setze  $x = 4$  in Ib ein:

$-9 \cdot 4 - 7,5z = -51 \quad | +36$   
 $-7,5z = -15 \quad | :(-7,5)$   
 $\Leftrightarrow z = 2$

Setze  $x = 4$  und  $z = 2$  in III ein:

$\frac{1}{2} \cdot 4 - y - 2 = 1 \quad | T$   
 $\Leftrightarrow -y = 1 \quad | \cdot (-1)$   
 $\Leftrightarrow y = -1$

$x = 4 \quad ; \quad y = -1 \quad ; \quad z = 2$

**Aufgabe 4:** Schäfer Pauls Schafe haben Lämmer bekommen.

Insgesamt hat er nun 53 Schafe. Es gibt viermal so viele Lämmer wie schwarze Schafe. Die Anzahl der erwachsenen Schafe minus die Anzahl der Lämmer ergibt 21.

Berechne mit Hilfe eines LGS die Anzahl der weißen und schwarzen Schafe sowie die Anzahl der Lämmer.

x: Anzahl weiße Schafe; y: Anzahl schwarze Schafe; z: Anzahl Lämmer

<p>I. <math>x + y + z = 53 \quad   \quad I - III</math></p> <p>II. <math>4y - z = 0</math></p> <p>III. <math>x + y - z = 21</math></p> <p>Ia. <math>2z = 32 \quad   \quad :2</math>  <math>\Leftrightarrow z = 16</math></p> <p>Setze <math>z = 16</math> in II ein:</p> <p>II. <math>4y - 16 = 0 \quad   \quad +16</math>  <math>\Leftrightarrow 4y = 16 \quad   \quad :4</math>  <math>\Leftrightarrow y = 4</math></p>	<p>Setze <math>y = 4</math> und <math>z = 16</math> in III ein:</p> <p>III. <math>x + 4 - 16 = 21 \quad   \quad +12</math>  <math>\Leftrightarrow x = 33</math></p> <p>A: Es sind 33 weiße Schafe, 4 schwarze Schafe und 16 Lämmer.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Aufgabe 5:** In einer Lostrommel sind rote, blaue, gelbe und schwarze Kugel. Beim Ziehen einer roten Kugel erhält man einen Hauptgewinn. Die schwarze Kugeln sind die Nieten. Blaue und gelbe Kugeln geben einen Trostpreis.

Die Summe der Trostpreise ist genauso groß wie die Anzahl der Nieten. Die Anzahl der blauen Kugeln minus die Anzahl der gelben Kugeln ist zehnmal so groß wie die Anzahl der Hauptgewinne. Es sind 122 Kugeln in der Lostrommel. Die Summe der Gewinne ist um zwei größer als die Anzahl der Nieten.

Stelle ein Gleichungssystem auf, mit dessen Hilfe man die folgende Frage beantworten kann: „Wie viele Kugeln von jeder Sorte sind in der Lostrommel?“

Das LGS soll nicht gelöst werden.

$x_1$ : Anzahl rote Kugeln;  $x_2$ : Anzahl blaue Kugeln;  $x_3$ : Anzahl gelbe Kugeln;  $x_4$ : Anzahl schwarze Kugeln

Es gibt viele richtige Lösungen. Hier ist ein Beispiel, bei dem die Unbekannten richtig sortiert sind.

- I.  $x_2 + x_3 - x_4 = 0$
- II.  $-10x_1 + x_2 - x_3 = 0$
- III.  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 122$
- IV.  $x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 2$