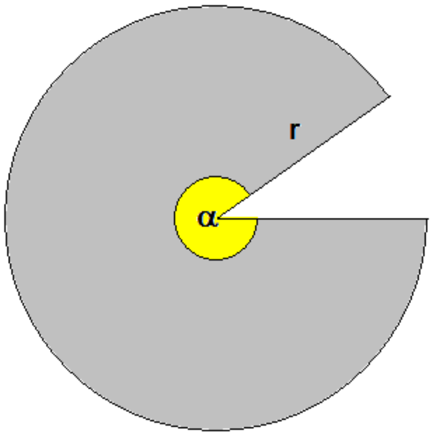
Mathematik Klasse 10 a, 1. KA – Flächen und Körper – Lösung A 14.09.2010

Aufgabe 1: *2 + 3 + 4 Punkte*



Zeichnung 1

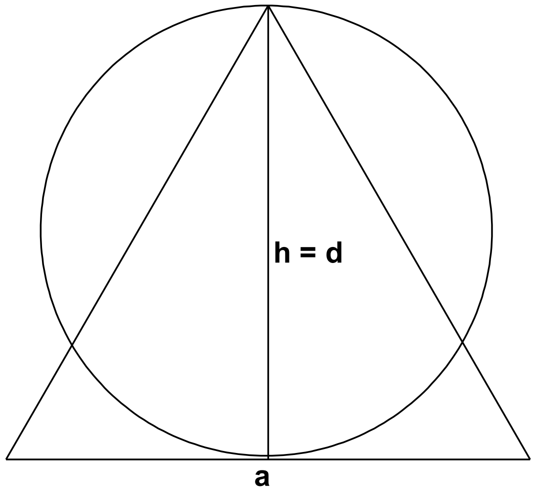
a) Berechne den Flächeninhalt der farbigen Figur in Zeichnung 1 mit $r=5\,cm$ und $\alpha=325°$.

$$A=\frac{\alpha}{360°}\pi r^2=\frac{325°}{360°}\pi(5\,cm)^2\approx\mathbf{70{,}90\,cm^2}$$

b) Berechne den Umfang der farbigen Figur in Zeichnung 1 mit $r=8\,cm$ und $\alpha=200°$.

$$U=\frac{\alpha}{180°}\pi r+2r=\frac{200°}{180°}\pi\cdot 8\,cm+16\,cm\approx\mathbf{43{,}93\,cm}$$

c) Ein Kreis hat den gleichen Durchmesser *d* wie die Höhe *h* eines gleichseitigen Dreiecks mit der Kantenlänge $a=8\,cm.$. Berechne den Flächeninhalt *A* des Kreises. (Zeichnung 2)



Zeichnung 2

$$a^2=h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow h=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}8\,cm=4\cdot\sqrt{3}\,cm\approx 6{,}93\,cm$$

$$d=h \qquad \Rightarrow r=\frac{h}{2}=2\cdot\sqrt{3}\,cm\approx 3{,}46\,cm$$

$$A=\pi r^2=\pi\left(2\cdot\sqrt{3}\,cm\right)^2=\pi\,4\cdot 3\text{cm}^2\approx\mathbf{37{,}70\,cm^2}$$

Aufgabe 2: *6 Punkte*

Bienenwaben sind sechseckig und nutzen den zur Verfügung stehenden Raum optimal aus. Sie werden u.a. auch für die Lagerung von Honig benutzt.

Berechne, wie viele Waben benötigt werden, um einen Liter Honig zu speichern, wenn der Abstand zweier gegenüber liegender Wabenwände 6,9 mm beträgt und die Waben 14 mm tief sind.

Ein Sechseck besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken. Wenn der Abstand zweier gegenüber liegender Wabenwände 5,3 mm beträgt, dann ist die Höhe eines Dreiecks $h=\frac{5{,}3}{2}mm=2{,}65\,mm$. Mit Pythagoras wird die Seitenlänge a berechnet:

$$a^2=h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2 \qquad \Rightarrow h=\frac{\sqrt{3}}{2}a\Leftrightarrow a=\frac{2}{\sqrt{3}}h=\frac{2}{\sqrt{3}}2{,}65\,mm\approx 3{,}06\,mm$$

$$A_D=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}3{,}06^2\approx 4{,}05\,mm^2$$

$A = 6 \cdot A_D = 24{,}33\,mm^2$

Volumen einer Wabe: $V = A_D \cdot 10\,mm = 243{,}27\,mm^3$

$1\,l = 1\,dm^3 = 1.000.000\,mm^3$

$n = \dfrac{1.000.000\,mm^3}{243{,}27}mm^3 = 4110{,}66$

A: Für die Speicherung von 1 l Honig werden 4111 Waben benötigt.

<u>**Aufgabe 3:**</u> *3 + 4 Punkte*

Die Kantenlänge der Grundfläche einer quadratischen Pyramide beträgt $a = 4\,cm$. Die Pyramide hat ein Volumen von $V = 48\,cm^3$. Die Spitze *S* liegt über dem Schnittpunkt Diagonalen der quadratischen Grundfläche.

a) Berechne die Höhe h der Pyramide.

$G = a^2 \qquad V = \dfrac{1}{3} \cdot G \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h \qquad \Leftrightarrow \boldsymbol{h} = \dfrac{3V}{a^2} = \dfrac{3 \cdot 48\,cm^3}{16\,cm^2} = \mathbf{9\,cm}$

b) Berechne die Mantelfläche M der Pyramide.

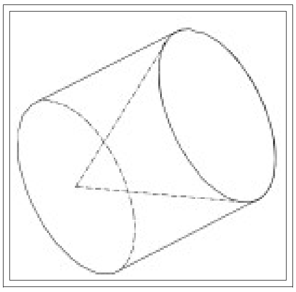
$h'^2 = h^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 \qquad \Rightarrow h' = \sqrt{h^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{81\,cm^2 + 4\,cm^2} \approx 9{,}22\,cm$

$A_D = \dfrac{1}{2}a\,h' = \dfrac{1}{2} \cdot 4\,cm \cdot \sqrt{85}\,cm \approx 18{,}44\,cm^2$

$\boldsymbol{M} = 4\,A_D = 8\sqrt{85}\,cm^2 \approx \mathbf{73{,}76\,cm^2}$

<u>**Aufgabe 4:**</u> *4 Punkte*

Aus einem Zylinder mit Radius $r = 5\,cm$ und Höhe $h = 10\,cm$ wird ein Kegel mit den gleichen Maßen herausgebohrt (siehe Abbildung).



Bestimme das Volumen des verbleibenden Körpers.

$V_{Rest} = V_{Zylinder} - V_{Kegel} \qquad V_R = V_Z - V_K$

$V_R = \pi\,r^2 \cdot h - \dfrac{1}{3}\pi\,r^2 \cdot h = \dfrac{2}{3}\pi\,r^2 \cdot h = \dfrac{2}{3}\pi\,25\,cm^2 \cdot 10\,cm \approx \mathbf{523{,}60\,cm^3}$