Physik GK ph1, 1. KA – Kinetik, Kreisbewegung und Energie – Lösung 10.12.2015

<u>Aufgabe 1:</u> Sportwagen

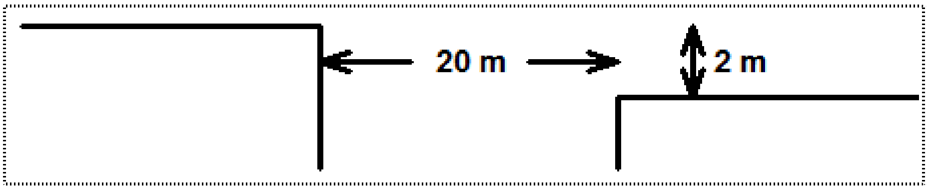
Wir betrachten die abenteuerliche Fahrt eines Bugatti-Fahrers mit seinem Supersportwagen, die sich wie folgt darstellt.

<u>Phase 1:</u> Der Wagen beschleunigt auf einer ebenen Straße von $0\,km/h$ auf $100\,km/h$ in *5 Sekunden*.

<u>Phase 2:</u> Der Wagen rollt mit konstanter Geschwindigkeit, bis er die Streckenmarke von $200\,m$ erreicht hat.

<u>Phase 3:</u> Der Wagen beschleunigt innerhalb der nächsten $200\,m$ auf $200\,km/h$.

<u>Phase 4:</u> Erstaunlicherweise mündet die Straße in einen Abgrund, der nur noch $50\,m$ entfernt ist. Der Abgrund ist $20\,m$ breit und die Straße setzt auf der anderen Seite fort, allerdings auf einem $2\,m$ niedrigeren Niveau.



Der Bugattifahrer versucht den Wagen zu stoppen. Innerhalb der nächsten $50\,m$ reduziert er die Geschwindigkeit auf $50\,km/h$.

<u>Phase 5:</u> Der Wagen schafft es nicht, auf die andere Seite zu gelangen und stürzt in den Abgrund, der $100\,m$ tief ist.

<u>1.1</u> Berechne den Wert der Beschleunigung in Phase 1.

$$\boldsymbol{a_{Ph1}}=\frac{\Delta v_{Ph1}}{\Delta t_{Ph1}}=\frac{100\,km/h}{5\,s}=\frac{100:3{,}6\frac{m}{s}}{5\,s}=\frac{\frac{250}{9}\frac{m}{s}}{5\,s}=\frac{50}{9}\frac{m}{s^2}=\boldsymbol{5{,}55\frac{m}{s^2}}$$

A: Die Beschleunigung in Phase 1 beträgt 5 m/s².

<u>1.2</u> Berechne die Strecke, die der Wagen am Ende von Phase 1 zurückgelegt hat. (Kontrolllösung: 69,44 m)

$$\boldsymbol{s_{Ph1}}=\frac{1}{2}a\,t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{50}{9}\frac{m}{s^2}\cdot(5\,s)^2=\frac{625}{9}m=\boldsymbol{69{,}44\,m}$$

<u>1.3</u> Berechne die Zeitspanne, die der Wagen braucht, um Phase 2 zu durchlaufen.

$$s_{Ph2}=v\cdot t_{Ph2} \Leftrightarrow \boldsymbol{t_{Ph2}}=\frac{s_{Ph2}}{v}=\frac{200\,m-\frac{625}{9}m}{\frac{250}{9}\frac{m}{s}}=\frac{47}{10}s=\boldsymbol{4{,}7\,s}$$

A: Für Phase 2 benötigt der Wagen 4,7 s.

1.4 Berechne die Beschleunigung des Wagens in Phase 3.

$$a_{Ph3}=\frac{\Delta v_{Ph3}}{t_{Ph3}} \Leftrightarrow t_{Ph3}=\frac{\Delta v_{Ph3}}{a_{Ph3}}$$

$$s_{Ph3}=\frac{1}{2}a_{Ph3}\cdot t_{Ph3}^2=\frac{1}{2}a_{Ph3}\cdot\left(\frac{\Delta v_{Ph3}}{a_{Ph3}}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta v_{Ph3}^2}{a_{Ph3}} \quad | \cdot\frac{a_{Ph3}}{s_{Ph3}}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{a_{Ph3}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta v_{Ph3}^2}{s_{Ph3}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{(100\,km/h)^2}{200\,m}=\frac{\frac{250^2}{9^2}\frac{m^2}{s^2}}{400\,m}=\frac{625}{324}\frac{m}{s^2}=\mathbf{1{,}93\,\frac{m}{s^2}}$$

A: Die Beschleunigung in Phase 3 beträgt 1,93 m/s².

1.5 Berechne die Zeitspanne, die der Wagen braucht, um Phase 4 zu durchlaufen.

$$s_{Ph4}=\frac{1}{2}a_{Ph4}\cdot t_{Ph4}^2 \Rightarrow a_{Ph4}=\frac{2\,s_{Ph4}}{t_{Ph4}^2} \qquad a_{Ph4}=\frac{\Delta v_{Ph4}}{t_{Ph4}}$$ Gleichsetzen:

$$\frac{2\,s_{Ph4}}{t_{Ph4}^2}=\frac{\Delta v_{Ph4}}{t_{Ph3}} \quad | \cdot\frac{t_{Ph4}^2}{\Delta v_{Ph4}} \Leftrightarrow \boldsymbol{t_{Ph4}}=\frac{2\,s_{Ph4}}{\Delta v_{Ph4}}=\frac{2\cdot 50\,m}{150\,km/h}=\frac{2\cdot 50\,m}{\frac{125}{3}\frac{m}{s}}=\frac{12}{5}s=\mathbf{2{,}4\,s}$$

A: Für Phase 4 benötigt der Wagen 2,4 s.

1.6 Berechne den Betrag der Geschwindigkeit, mit der der Wagen auf dem Grund des Abgrunds aufprallt. (Wir vernachlässigen, dass der Wagen evtl. gegen die gegenüberliege Wand schlägt).

Dauer des freien Falls: $s=\frac{1}{2}g\,t^2 \Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2s}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 100\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}}=4{,}5152\,s$

Senkrechte Geschwindigkeit: $v_S=g\cdot t=g\cdot\sqrt{\frac{2s}{g}}=\sqrt{\frac{2s\,g^2}{g}}=\sqrt{2s\,g}=\sqrt{2\cdot 100\,m\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}=44{,}2945\frac{m}{s}$

Horizontale Geschwindigkeit: $v_H=50\,km/h=\frac{125}{9}\frac{m}{s}=13{,}89\frac{m}{s}$

$$\boldsymbol{v}=\sqrt{v_S^2+v_H^2}=\mathbf{46{,}4209\,\frac{m}{s}}=167{,}12\,km/h$$

A: Der Wagen prallt mit einer Geschwindigkeit von 167 km/h auf den Boden.

1.7 Zeige, das der Wagen den Sprung über den Abgrund nicht schafft.

Berechne die aktuelle Höhe, wenn der Wagen 20 m weit geflogen ist

$$s_y(s_x) = -\frac{g}{2v_0^2}s_x^2 + h \qquad s_y(20\,m) = -\frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}{2\cdot(50:3{,}6\,m/s)^2}\cdot(20\,m)^2 + 100\,m = 89{,}83\,m$$

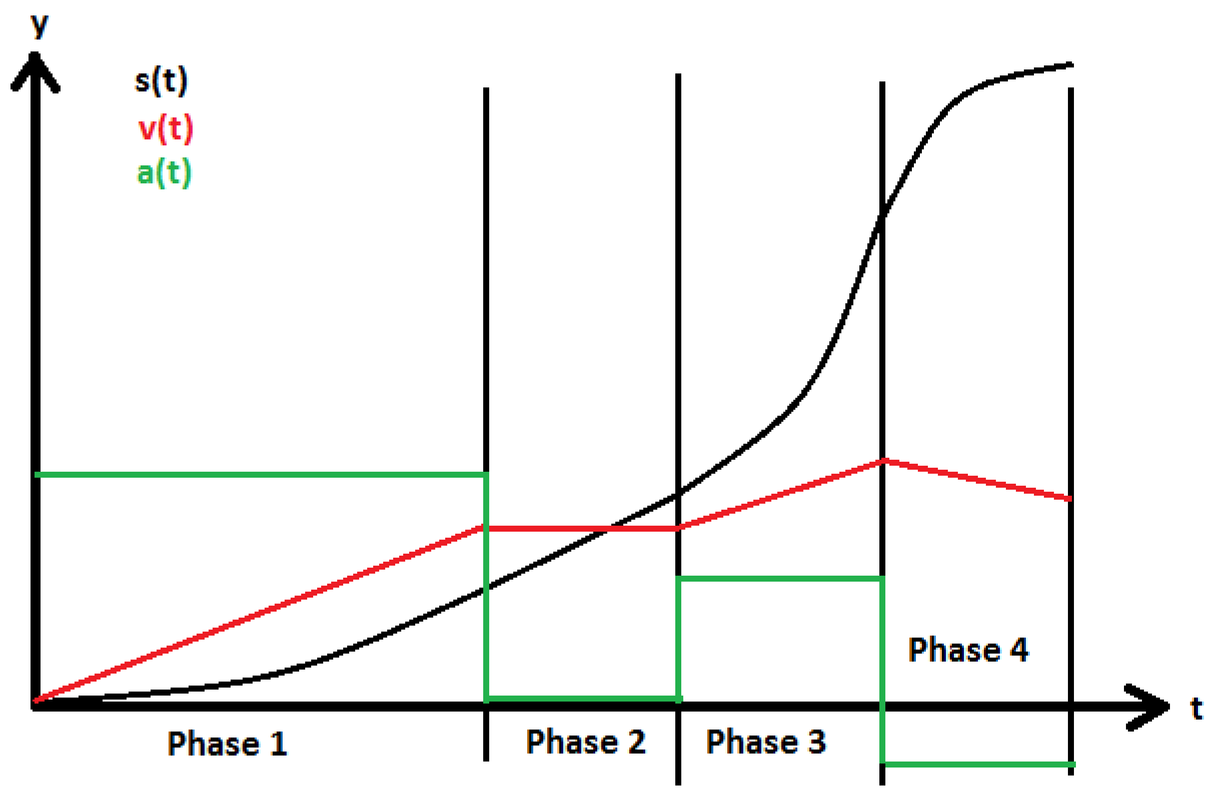
A: Damit Wagen befindet sich am Ende des Abgrunds in einer Höhe von ca. 90 m. Da die Kante in 98 m Höhe ist, schafft er den Sprung nicht.

1.8 Berechne die Geschwindigkeit, die der Wagen am Ende von Phase 4 haben müsste, damit er den Sprung schafft.

$$s_y(s_x) = -\frac{g}{2v_0^2}s_x^2 + h \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{v_0} = \sqrt{-\frac{g}{2(s_y(s_x) - h)}s_x^2} = \sqrt{-\frac{9{,}81\,m/s^2}{2(98\,m - 100\,m)}(20\,m)^2} = \sqrt{-\frac{9{,}81\,m/s^2}{-4\,m}\cdot 400\,m^2}$$
$$= \boldsymbol{31{,}32\,\frac{m}{s}} = 112{,}76\,km/h$$

A: Der Wagen müsste mindest 113 km/h fahren.

1.9 Skizziere den s-t-, v-t- und ein a-t-Graphen für die Phasen 1-4 in ein gemeinsames Koordinatensystem. Markiere die Phasen. Benutze unterschiedliche Farben für die Graphen (nicht rot).



Physik GK ph1, 1. KA – Kinetik, Kreisbewegung und Energie – Lösung 10.12.2015

<u>Aufgabe 2:</u> Eisenbahn

In Rangierbahnhöfen werden Waggons bewegt, in dem man sie über leicht geneigte Gleise rollen lässt. Prellböcke an den Gleisenden bremsen die Züge.

Ein leerer Güterwagen wiegt 14 t und kann 20 t zusätzlich laden.

Nehmen wir an, ein geneigtes Gleis überwindet einen Höhenunterschied von 1,2 m und so ein Prellbock wie rechts abgebildet funktioniert wie eine Feder mit einem Federweg von 0,8 m.

<u>2.1</u> Berechne die Lageenergie eines unbeladenen Waggons, wenn er am höchsten Punkt des Gleises steht.

$$\boldsymbol{E_{Pot}} = m\,g\,h = 14.000\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}2\,m$$

$$= 164808\,kg\,\frac{m^2}{s^2} = \mathbf{164{,}808\,\boldsymbol{kJ}}$$

<u>2.2</u> Berechne die Geschwindigkeit eines beladenen Waggons, wenn er auf den Bock prallt. (Startgeschwindigkeit null, ohne Reibung).

Beim Aufprall auf den Block ist die gesamte Lageenergie in Bewegungsenergie umgewandelt worden. Es gilt also: $E_{Kin} = E_{Pot}$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m\,g\,h \;\Leftrightarrow\; v^2 = 2\,g\,h \;\Rightarrow\; \boldsymbol{v} = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}2\,m} = \sqrt{23{,}544\,\frac{m^2}{s^2}} \approx \mathbf{4{,}85\,\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}} = 17{,}47\,\frac{\boldsymbol{km}}{\boldsymbol{h}}}$$

A: Die Geschwindigkeit beträgt etwa 17,5 km/h.

<u>Aufgabe 3:</u> Der Trick mit dem Wassereimer

Bartholomäus sagt: "Schaut her, ich kann einen Trick mit einem Wassereimer. Wenn ich den Wassereimer schnell genug herumwirbele, dann bleibt das Wasser im Eimer!"

Im Eimer sind *10 l* Wasser. Der Eimer selbst hat die Masse $m_E = 0{,}5\,kg$.
Wir nehmen, an dass der Wassereimer auf einer kreisrunden Bahn rotiert. Die Bahnebene liegt senkrecht zum Boden. Für eine Umdrehung braucht der Wassereimer *2* Sekunden. Der Arm von Bartholomäus ist $70\,cm$ lang. Vom Griff bis zum Schwerpunkt des Eimers sind es noch einmal $30\,cm$.

<u>3.1</u> Berechne die Frequenz, die Bahngeschwindigkeit und die Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung.

$$\boldsymbol{f} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\,s} = 0{,}5\,s^{-1} = \mathbf{0{,}5}\,Hz \qquad \boldsymbol{v} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1\,m}{2\,s} = \pi\,\frac{m}{s} = \mathbf{3{,}14\,\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}}$$

$$\boldsymbol{\omega} = 2\pi f = 2\,\frac{\pi \cdot 1}{2}\,s^{-1} = \pi\,s^{-1} = \mathbf{3{,}14\,\boldsymbol{s}^{-1}}$$

<u>3.2</u> Berechne die Kraft, die Bartholomäus aufwenden muss, um die Kreisbewegung aufrecht zu erhalten.

$$\boldsymbol{F_Z} = m \cdot \omega^2 r = 10{,}5\,kg \cdot \pi^2 \frac{1}{s^2} \cdot 1\,m = 103{,}63\,kg\,\frac{m}{s^2} = \mathbf{103{,}63}\,N$$

<u>3.3</u> Erkläre, warum das Wasser im Eimer bleibt. Zeige außerdem mit einer Rechnung, dass der Trick klappt.

Das Wasser im Eimer wird mit der Zentrifugalkraft nach außen gedrückt. Diese ist die Gegenkraft zur Zentripetalkraft und somit betragsmäßig gleich groß. Am höchsten Punkt wirkt die Gewichtskraft des Wassers (und des Eimers) dagegen. Ist also die Zentripetalkraft größer als die Gewichtskraft, so bleibt das Wasser im Eimer.

$$F_Z \geq F_G$$

$$\Leftrightarrow \quad m \cdot \omega^2 r \geq m \cdot g \quad | : m$$

$$\Leftrightarrow \quad \omega^2 r \geq g$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2\pi}{T} \cdot r \geq g$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{2\pi}{2\,s}\right)^2 \cdot 1\,m \geq 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad 9{,}86\,\frac{m}{s^2} \geq 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$ Die Ungleichung ist wahr, also klappt der Trick.

<u>3.4</u> Es gibt eine Mindestgeschwindigkeit, mit welcher der Eimer rotieren muss, damit der Trick klappt. Erkläre, was dieser mit Mindestgeschwindigkeit rotierende Eimer mit der Schwerelosigkeit in der Internationalen Raumstation ISS zu tun hat.

Bei der Mindestgeschwindigkeit sind Zentripetalkraft und Gewichtskraft genau im Gleichgewicht. Auf das Wasser wirkt also gar keine resultierende Kraft, es ist scheinbar „schwerelos“. Genauso verhält es sich mit der Raumstation. Die Gravitationskraft ist zwar noch vorhanden (sogar noch ca. 90% im Vergleich zur Erdoberfläche), wird aber durch die Zentrifugalkraft ausgeglichen. Es ist keine Kraft mehr zu spüren und alles in der Raumstation ist scheinbar schwerelos.