Physik GK 11, AB 09 – Wellen/Dopplereffekt – Lösung **03.05.2016**

Aufgabe 1: Eine harmonische Schwingung breite sich vom Nullpunkt als transversale Störung längs der x-Achse mit der Geschwindigkeit $v_{Ph}=7{,}5\frac{mm}{s}$ aus.

Für die Amplitude und die Kreisfrequenz dieser Schwingung gilt: $A=1{,}0\,cm$; $\omega=\frac{\pi}{2}Hz$

1.1 Berechne die Periodendauer T, die Frequenz f und die Wellenlänge.

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{T}=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}Hz}=\mathbf{4\,s} \qquad f=\frac{1}{T}=\mathbf{0{,}25\,Hz}$$

$$v_{ph}=\frac{\lambda}{T} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda}=v_{ph}\cdot T=7{,}5\frac{mm}{s}\cdot 4\,s=\mathbf{30\,mm}$$

Aufgabe 2: Ein Polizeiauto hängt in *1 m* Höhe an einem Seil mit der Länge *20 m*. Die defekte Sirene sendet nur einen einzelnen harmonischen Ton mit der Frequenz *880 Hz* und ist im Dauerbetrieb. Die Wellenlänge des Tons beträgt *3/11 m*.

2.1 Berechne die Schallgeschwindigkeit.

$$c=\nu\lambda=880\,s^{-1}\cdot 3/11\,m=240\,m\,s^{-1}$$

A: Die Schallgeschwindigkeit beträgt 240 m/s.

2.2 Das Auto wird angestoßen. Ein Beobachter hört nun einen sich verändernden Ton, dessen minimale Frequenz 850 Hz beträgt. Berechne die Höhe, welche das Auto erreicht.

Das Auto beginnt zu schwingen. Der Dopplereffekt mit bewegtem Sender tritt auf. Bei der angegebenen Frequenzen bewegt sich das Auto gerade durch die Ruhelage (größte Geschwindigkeit) vom Empfänger weg.

$$f_E=850\,Hz\,;\,f=880\,Hz\,;\,v_p=240\,m/s$$

$$f_E=\frac{f}{1+\frac{u}{v_p}} \quad |\cdot\left(\frac{1+\frac{u}{v_p}}{f_E}\right) \quad \Leftrightarrow \quad 1+\frac{u}{v_p}=\frac{f}{f_E} \quad |-1 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{u}{v_p}=\frac{f}{f_E}-1 \quad |\cdot v_p$$

$$u=v_p\cdot\left(\frac{f}{f_E}-1\right)=240\,m\,s^{-1}\cdot\left(\frac{880\,Hz}{850\,Hz}-1\right)=8{,}470588236\,m\,s^{-1}$$

Die Geschwindigkeit beim Durchgang durch die Ruhelage beträgt also etwa 8,5 m/s.

Am Umkehrpunkt ist die maximale Höhe erreicht. Die komplette kinetische Energie ist in potentielle Energie umgewandelt.

$$\frac{1}{2}mu^2=mgh \;\Rightarrow\; h=\frac{u^2}{2g}=\frac{(8{,}47\,m\,s^{-1})^2}{2\cdot 9{,}81\,m\,s^{-2}}=3{,}657\,m$$

A: Das Auto erreicht eine Höhe von 3,66 m.

Physik GK 11, AB 09 – Wellen/Dopplereffekt – Lösung 03.05.2016

Aufgabe 3: Ein *1000 kg* schweres Auto mit vier Insassen von jeweils *82 kg* Gewicht fährt über eine holprige "Waschbrettstraße“ mit regelmäßigen Wellen im Abstand von *4,0 m*. Die Stoßdämpfer lassen das Auto bei einer Geschwindigkeit von *16 km/h* am stärksten schwingen. Nun hält das Auto an und die vier Insassen steigen aus. Um wie viel hebt sich das Auto in den Stoßdämpfern aufgrund dieses Gewichtsverlusts?

Lösung: Bei *16 km/h* treffen die Bodenwellen mit der Eigenfrequenz der Stoßdämpfer auf das Auto.

$$v_{ph}=\lambda f \quad \Leftrightarrow \quad f=\frac{1}{\lambda}\cdot v_{Ph}=\frac{1}{4{,}0\,m}\cdot\frac{16}{3{,}6}\frac{m}{s}=\frac{10}{9}\frac{1}{s}\approx 1{,}1\,Hz \qquad \omega=2\pi f\approx 6{,}98\frac{1}{s}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{D}{m}} \quad |^2 \quad \Rightarrow \omega^2=\frac{D}{m}\Leftrightarrow D=\omega^2 m=(6{,}98\,s^{-1})^2\cdot(1000+4\cdot 82)\,kg\approx 64725{,}1\frac{kg}{s^2}$$

Hookesches Gesetz: $F=D\cdot s$ Die Federn werden so weit ausgelenkt, dass die Federkraft mit der Gewichtskraft im Gleichgewicht ist. Also

$$m\,g=D\cdot s \qquad \Leftrightarrow s=\frac{m\,g}{D}$$

Masse mit Insassen $m_1 = 1328\,kg.$ Masse ohne Insassen $m_2 = 1000\,kg.$

$$s_1=\frac{m_1 g}{D}=\frac{1328\,kg\cdot 9{,}81\,m\,s^{-2}}{64725{,}1\,kg\,s^{-2}}=0{,}201\,m$$

$$s_2=\frac{m_2 g}{D}=\frac{1000\,kg\cdot 9{,}81\,m\,s^{-2}}{64725{,}1\,kg\,s^{-2}}=0{,}152\,m$$

$$\Delta s=s_2-s_1=4{,}9\,cm$$

A: Das Auto hebt sich um 4,9 cm.

Aufgabe 4:

Ein Modellflugzeug durchfliegt mit konstanter Bahngeschwindigkeit und konstanter Höhe eine Kreisbahn. Der Flugzeugmotor erzeugt einen Ton mit konstanter Frequenz.

Ein Beobachter befindet sich auf einem Aufsichtsturm genau in der gleichen Höhe wie das Flugzeug. Die Entfernung des Beobachters vom Flugzeug ist groß gegen den Bahnradius.
Er misst die Frequenz des an seiner Position hörbaren Tones in Abhängigkeit von der Zeit.
Ergebnis:
Die aufgenommenen Frequenzen wiederholen sich alle *31,42 s*.
Die niedrigste gemessene Frequenz beträgt $f_{min} = 236{,}1\,Hz.$
Die höchste gemessene Frequenz beträgt $f_{max} = 265{,}6\,Hz.$

4.1 Berechne die Motorfrequenz und die Bahngeschwindigkeit des Flugzeugs.

Betrachte den Dopplereffekt mit bewegtem Sender und ruhendem Empfänger.
f_0: Motorfrequenz
f_E: Vom Beobachter wahrgenommene Frequenz
v: Geschwindigkeit des Flugzeugs relativ zum Beobachter
c: Schallgeschwindigkeit

Weil die Entfernung des Beobachters vom Flugzeug ist groß gegen den Bahnradius, kann die Bewegung auf eine eindimensionale Schwingung auf der Beobachterlinie reduziert werden.

Physik GK 11, AB 09 – Wellen/Dopplereffekt – Lösung **03.05.2016**

1. Fall: Die Schallquelle (das Flugzeug) bewegt sich auf den Empfänger zu $f_E = \frac{f_0}{1 - v/c}$

2. Fall: Die Schallquelle bewegt sich vom Empfänger weg $f_E = \frac{f_0}{1 + v/c}$

Hier:

$f_{max} = \frac{f_0}{1 - v/c}$ die Frequenz, wenn das Flugzeug auf den Beobachter zufliegt

$f_{min} = \frac{f_0}{1 + v/c}$ die Frequenz, wenn das Flugzeug vom Beobachter wegfliegt

Gleichungen nach f_0 auflösen:

$$f_0 = f_{max} \cdot (1 - v/c)$$
$$f_0 = f_{min} \cdot (1 + v/c)$$

Gleichsetzen:

$$f_{min} \cdot (1 + v/c) = f_{max} \cdot (1 - v/c)$$
$$\Leftrightarrow f_{min} + \frac{f_{min} v}{c} = f_{max} - \frac{f_{max} v}{c} \quad | \cdot c$$
$$\Leftrightarrow c\, f_{min} + f_{min} v = c\, f_{max} - f_{max} v \quad | + f_{max} v - c\, f_{min}$$
$$\Leftrightarrow f_{max} v + f_{min} v = c\, f_{max} - c\, f_{min} \quad | \ T$$
$$\Leftrightarrow v (f_{max} + f_{min}) = c (f_{max} - f_{min}) \quad | : (f_{max} + f_{min})$$
$$\Leftrightarrow v = c \cdot \frac{(f_{max} - f_{min})}{(f_{max} + f_{min})}$$

Einsetzen: $v = 340 \frac{m}{s} \frac{265{,}6\, s^{-1} - 236{,}1\, s^{-1}}{265{,}6\, s^{-1} + 236{,}1\, s^{-1}} = 340 \frac{m}{s} \frac{29{,}5\, s^{-1}}{501{,}7\, s^{-1}} = 19{,}992 \frac{m}{s}$

Motorfrequenz: $\boldsymbol{f_0} = f_{max} \cdot (1 - v/c) = 265{,}6\, s^{-1} \cdot \left(1 - \frac{19{,}992\, ms^{-1}}{340\, ms^{-1}}\right) = \mathbf{249{,}983\, s^{-1}}$

A: Die Motorfrequenz beträgt etwa 250 Hz.

<u>**4.2**</u> Berechne den Bahnradius des Modellflugzeugs.

Da sich die Frequenzen in $T = 31{,}42\, s$ wiederholen, fliegt das Flugzeug in dieser Zeit einen kompletten Kreis .

$$2\pi r = v T \qquad \Leftrightarrow \boldsymbol{r} = \frac{vT}{2\pi} = 19{,}992\, ms^{-1} \cdot 31{,}42 \frac{s}{2\pi} = \mathbf{99{,}973\, m}$$

A: Der Bahnradius beträgt etwa 100 m.