

**Aufgabe 1: Mondlandung**

Im Juli war der 42. Jahrestag der ersten Mondlandung. Im folgenden betrachten wir drei Bewegungssituationen während der Mission.

Ordne die folgenden Bewegungssituationen einem der drei Diagramme zu. Begründe deine Wahl kurz. Löse die Aufgabe auf diesem Aufgabenblatt.

**A)** Das Raumschiff bewegt sich ohne Antrieb zwischen Erde und Mond. Die Schwerkraft der beiden Planeten spielt hier keine Rolle.

**B)** In der Nähe des Mondes zieht der Mond das Raumschiff an. Die Triebwerke sind aus.

**C)** Beim Start von der Mondoberfläche liefern die Triebwerke eine immer stärkere Leistung, so dass die Beschleunigung gleichmäßig ansteigt.

<p>gehört zu Situation: <u>  B  </u></p>	<p>gehört zu Situation: <u>  C  </u></p>	<p>gehört zu Situation: <u>  A  </u></p>
<p>Begründung:</p> <p>Freier Fall, also gleichmäßig beschleunigte Bewegung.</p>	<p>Begründung:</p> <p><math>a(t)</math> linear, also muss <math>v(t)</math> quadratisch sein, weil <math>a(t) = v'(t)</math></p>	<p>Begründung:</p> <p>Geradlinige, gleichförmige Bewegung.</p>

**Aufgabe 2: Zeppelin**

Ein Zeppelin startet im dichten Nebel vom Flugfeld. Er steigt mit konstanter Geschwindigkeit von  $v_y = 2 \text{ m/s}$  nach oben. Gleichzeitig beschleunigt das Luftschiff mit  $a_x = 2 \text{ m/s}^2$  in Richtung Norden. Da der Pilot den Boden nicht sieht, wird der Zeppelin außerdem vom Wind mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_z = 4 \text{ m/s}^{-1}$  nach Westen abgetrieben.

**2.1:** Berechne die Flughöhe des Zeppelins nach  $t_1 = 1 \text{ min}$ .

Geradlinige, gleichförmige Bewegung nach oben mit  $v_y = 2 \text{ m/s}$ , also

$$s_y(t) = v_y \cdot t \Rightarrow s_y(60 \text{ s}) = 2 \text{ m/s} \cdot 60 \text{ s} = 120 \text{ m}$$

**A: Er befindet sich nach 1 min in 120 m Höhe.**

**2.2:** Berechne, wie weit der Zeppelin in einer Minute nach Norden geflogen ist.

Gleichförmig beschleunigte Bewegung nach Norden mit  $a_x = 2 \text{ m/s}^2$ , also

$$s_x(t) = \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 \Rightarrow s_x(60 \text{ s}) = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ s}^2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3600 \text{ s}^2 = 3600 \text{ m}$$

**A: Nach 1 min ist der Zeppelin 3,6 km nach Norden geflogen.**

**2.3:** Berechne den Abstand des Zeppelins vom Startpunkt nach einer Minute.

Es handelt sich um eine zusammengesetzte Bewegung aus drei Komponenten:

- $s_x(t)$  (Antrieb in Richtung Norden),
- $s_y(t)$  (Steigflug),
- $s_z(t)$  (Windbeeinflussung nach Westen).

Nach Pythagoras gilt für den Abstand  $d$  zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_1$ :

$$d = \sqrt{s_x(t_1)^2 + s_y(t_1)^2 + s_z(t_1)^2}$$

Windbeeinflussung ist auch eine geradlinige, gleichförmige Bewegung mit  $v_z = 4 \text{ m/s}^{-1}$ . Also

$$s_z(t) = v_z \cdot t \Rightarrow s_z(60 \text{ s}) = 4 \text{ m/s}^{-1} \cdot 60 \text{ s} = 240 \text{ m} \text{ Also ist}$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(120 \text{ m})^2 + (3600 \text{ m})^2 + (240 \text{ m})^2} = \sqrt{1440 \text{ m}^2 + 12.960.000 \text{ m}^2 + 57.600 \text{ m}^2} \\ &= \sqrt{13.032.000 \text{ m}^2} = 3.610 \text{ m} \end{aligned}$$

**A: Der Abstand beträgt 3610 m.**

**Aufgabe 3: Werbespot**

Das Bild rechts zeigt einen Screenshot aus einem Werbespot für ein Luxusauto.

(<http://www.youtube.com/watch?v=oRLqVIHzn68>)

Die Story: Ein Auto wird aus 4000 Fuß ( $1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$ ) Höhe von einem Hubschrauber auf

einen Zielkreis abgeworfen. Zu diesem Zeitpunkt befindet sich das Fahrzeug, für das geworben wird, auf der Straße ebenfalls 4000 Fuß vom Zielkreis entfernt und fährt bereits mit konstanter Geschwindigkeit. Wie wir im Bild sehen, ist das Fahrzeug so schnell, dass es durch den Zielkreis fährt, noch bevor das fallende Auto aufschlägt.

**3.1:** Stelle die Bewegungsgleichungen  $s(t), v(t)$  und  $a(t)$  für das fallende Auto auf.

Freier Fall:  $s(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0$  ;  $v(t) = -gt$  ;  $a(t) = -g$

**3.2:** Stelle die Bewegungsgleichungen  $s(t), v(t)$  und  $a(t)$  für das fahrende Auto auf.

Gleichförmige Bewegung:  $s(t) = v_0t$  ;  $v(t) = v_0$  ;  $a(t) = 0$

**3.3:** Berechne die Geschwindigkeit in km/h, welche das fallende Auto beim Aufprall hat.

Fallzeit:  $0 = -\frac{1}{2}gt_{max}^2 + h_0 \Rightarrow t_{max} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4000 \cdot 0,3048 m}{9,81 m s^{-2}}} = \sqrt{248,56 s^2} = 15,77 s$

$$v_{max} = -gt_{max} = -g\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = -\sqrt{2h_0g} = -154,66 \frac{m}{s} = 556,79 km/h$$

**A: Das Auto ist beim Aufprall etwa 557 km/h schnell.**

**3.4:** Berechne die konstante Geschwindigkeit  $v_0$  in km/h, die das fahrende Auto mindestens haben muss, damit der Stunt gelingt.

$$\Delta s = \frac{v_0}{\Delta t} \Leftrightarrow v_0 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{t_{max}} = \frac{4000 \cdot 0,3048 m}{15,7659 s} = 77,33 \frac{m}{s} = 278,39 km/h$$

**A: Das Auto muss mindestens 280 km/h schnell sein.**

**Aufgabe 4: Winterdienst**

Im Winter 1981/82 warf ein horizontal fliegendes Flugzeug aus der Höhe  $h=150\text{ m}$  eine Sprengladung in die gefrorene Weichsel, um das Eis aufzubrechen. Die Flugzeuggeschwindigkeit betrug  $v_0=600\text{ km h}^{-1}$ .

**4.1:** Berechne, in welchem horizontalen Abstand vor dem Ziel die Sprengladung abgeworfen werden musste.

Es handelt sich um einen waagerechten Wurf. Der gesuchte horizontale Abstand ist die Wurfweite.

$$s_{xw} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 150\text{ m}}{9,81\text{ m s}^{-2}}} \cdot \frac{600\text{ m}}{3,6\text{ s}} = 921,67\text{ m}$$

**A: Die Sprengladung musste etwa 922 m vor dem Ziel abgeworfen werden.**

**4.2:** Berechne die Geschwindigkeit, mit der das Projektil auf der Eisfläche aufschlug.

Die Geschwindigkeit setzt sich aus vertikaler und horizontaler Komponente zusammen:

$$v_y = \sqrt{2h_0g} = 54,25\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{Herleitung siehe Aufgabe 3.3}) \quad v_x = v_0 = \frac{600\text{ m}}{3,6\text{ s}} = 166,67\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_R = \sqrt{v_y^2 + v_x^2} = \sqrt{2h_0g + v_x^2} = \sqrt{30.720,78\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 175,27\frac{\text{m}}{\text{s}} = 630,98\text{ km/h}$$

**A: Das Projektil schlägt mit einer Geschwindigkeit von etwa 631 km/h ein.**

**4.3:** Leite eine Formel für die Flugdauer  $t_{max}$  her. Berechne die Flugdauer des Projektils mit Hilfe dieser Formel.

$$0 = -\frac{1}{2}gt_{max}^2 + h_0 \Rightarrow t_{max} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 150\text{ m}}{9,81\text{ m s}^{-2}}} = \sqrt{30,58\text{ s}^2} = 5,53\text{ s}$$

**A: Das Projektil fällt etwa 5,5 s.**

**Aufgabe 5: Bewegungsgleichungen mathematisch**

Eine Bewegung wird über die Bewegungsgleichung  $v(t) = k \cdot t^4$  beschrieben.

**5.1:** Stelle die Bewegungsgleichung  $a(t)$  auf.  $a(t) = 4kt^3$

**5.2:** Stelle die Bewegungsgleichung  $s(t)$  auf.

Gesucht ist die Funktion, deren Ableitung  $s'(t) = kt^4$  ist, also  $s(t) = \frac{1}{5}kt^5$