

Aufgabe 1:

Captain Future mit Raumschiff „Comet“

Ein Besatzungsmitglied von Captain Futures Mannschaft ist entführt worden. Der Weltraumheld muss das Lösegeld innerhalb von 3 Tagen zum Marsmond Deimos bringen.

Captain Future selbst befindet sich auf dem Erdmond. Sein Raumschiff kann konstant mit 4 g ($1\text{ g} = 10\text{ m/s}^2$) beschleunigen oder bremsen.

a) Ist es überhaupt möglich, dass Captain Future das Lösegeld rechtzeitig abliefern kann?

(Abstand Erdmond-Deimos zu diesem Zeitpunkt:

$$d = 0,5\text{ AE}, 1\text{ AE} = 1,5 \cdot 10^8\text{ km})$$

Lösung: Damit die Geschwindigkeit beim Marsmond Deimos wieder Null beträgt, kann das Schiff nur über die halbe Strecke beschleunigen, die andere Hälfte wird abgebremst.

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t_H = \sqrt{\frac{2d/4}{a}} = \sqrt{\frac{7,5 \cdot 10^{10}\text{ m}}{40\text{ m/s}^2}} = 4,33 \cdot 10^4\text{ s} \Rightarrow t_H \approx 12\text{ Stunden}$$

Das Abbremsen dauert genauso lange, also braucht Captain Future etwa einen Tag. Er würde es rechtzeitig schaffen.

b) Wie so oft gehen die Dinge nicht glatt. Exakt nach halber Strecke tritt ein Triebwerksschaden auf. Captain Future bremst sofort. Aber die volle Bremsleistung wird nicht sofort erreicht, sondern steigert sich nur langsam, und zwar um $0,216\text{ g}$ pro Stunde.

b1) Welche Geschwindigkeit v_{\max} hat das Raumschiff, wenn der Triebwerksschaden einsetzt?

$$v_{\max} = a \cdot t = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,33 \cdot 10^4\text{ s} = 1,73 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 6,2 \cdot 10^6\text{ km/h}$$

A: Die maximale Geschwindigkeit beträgt etwa 6,2 Mio km/h.

b2) Stelle eine Gleichung auf, welche die Bremsbeschleunigung in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt (ohne Berücksichtigung des Maximalwerts von 4 g).

$$a(t) = 2,16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{60 \cdot 60\text{ s}} t = 6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{s}} \cdot t = a_0 \frac{1}{\text{s}} \cdot t$$

b3) Zu welchem Zeitpunkt t_B ist die maximale Bremsbeschleunigung erreicht?

$$t_B = \frac{4\text{ g}}{0,216\text{ g}} \cdot 1\text{ h} = 18,5\text{ h} = 6,7 \cdot 10^4\text{ s}$$

b4) Wieviel Prozent der Maximalgeschwindigkeit hat die Comet noch, wenn die maximale Bremsbeschleunigung erreicht ist?

Lösung: Es gilt $a = \dot{v} = \ddot{s}$, damit $v(t) = \int a(t) dt$

$$a(t) = a_0 \frac{1}{s} \cdot t, \text{ damit}$$

$$v(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 \frac{1}{s} t^2$$

$$v_B = \frac{1}{2} a_0 \frac{1}{s} t_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s^2} \frac{1}{s} (6,7 \cdot 10^4 s)^2 = 1,35 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = v_{max} - v_B = 1,73 \cdot 10^6 \frac{m}{s} - 1,35 \cdot 10^6 \frac{m}{s} = 3,8 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$$

A: Die Geschwindigkeit beträgt noch 22% der Maximalgeschwindigkeit.

b5) Wird Captain Future unter diesen Bedingungen das Lösegeld abliefern können? (Schafft er es, dass Raumschiff rechtzeitig abzubremsen?) Begründung ohne exakte Rechnung genügt!

Lösung: Ohne Rechnung:

Auf der ersten Hälfte des Weges hat Captain seine Geschwindigkeit bis v_{max} gesteigert. Ab jetzt nimmt die Geschwindigkeit ab, aber langsamer als sie zuvor zugenommen hat. Seine Geschwindigkeit beim Bremsen ist also immer höher, als sie zuvor beim Beschleunigen war, er legt also mehr Weg in der gleichen Zeit zurück. Damit ist er 12 h nach Einleiten des Bremsmanövers schon über Deimos hinausgeschossen. Ob er umkehren könnte und es dann noch schafft, muss nicht berücksichtigt werden.

c) Besatzungsmitglied Otto hat den Fehler im Triebwerk gefunden. Es ist ein Defekt im Fluxkompensator. Dieser verliert Ladung. Und zwar wird der Ladungsverlust mit der Zeit immer dramatischer.

Otto notiert vier Stunden lang die Werte:

nach 1h	nach 2h	nach 3h	nach 4h
1 C	4 C	9 C	16 C

c1) Stelle die Gleichung $Q(t)$ für den Ladungsverlust auf. (Achtung: Zeit t in Sekunden beachten!)

$$Q(t) = 1 \frac{C}{(60 \cdot 60 s)^2} t^2 = 7,71 \cdot 10^{-8} \frac{C}{s^2} t^2$$

c2) Nach 5 h findet er endlich die Stelle, an der die Ladung abfließt. Welchen Strom misst er zu diesem Zeitpunkt?

$$I(t) = \dot{Q}(t) = 2 \frac{C}{(60 \cdot 60 s)^2} t \quad I(5h) = 2 \frac{C}{(60 \cdot 60 s)^2} \cdot 1,8 \cdot 10^4 s = 2,8 \cdot 10^{-3} \frac{C}{s} = 2,8 mA$$

Aufgabe 2:

Abb. 1: Versuchsaufbau

In einem Versuch wird eine Rasierklinge in das elektrische Feld eines Plattenkondensators gebracht.

Die Klinge mit der Masse $m = 2\text{ g}$ hängt an einem Faden und kann als Fadenpendel mit der Länge $l = 30\text{ cm}$ betrachtet werden (siehe Abb. 2).

Versuchsdurchführung 1: Nachdem die Kondensatorplatten geladen wurden, wird die Klinge mit einem Glasstab an eine beiden Platten gebracht und wieder frei gegeben.

Versuchsdurchführung 2: Danach wird eine zweite, elektrisch neutrale, Rasierklinge isoliert kurz mit der Klinge im Pendel in Berührung gebracht und wieder entfernt. Anschließend wird der zweite Klinge geerdet.

Der zweite Schritt wird vier Mal durchgeführt.

Beobachtung: Nach Berührung der Kondensatorplatte ist die Rasierklinge um $s = 3,2\text{ cm}$ ausgelenkt. Nach jeder Berührung mit der zweiten Rasierklinge halbiert sich die Auslenkung s .

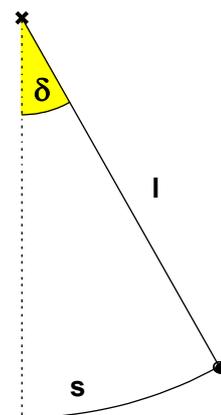


Abb. 2: Schematische Zeichnung des Fadenpendels

a) Beschreibe mit Worten (und ggf. Formeln), warum sich mit diesem Experiment der Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldkraft F_E und der Ladung q : $F_E \sim q$ zeigen lässt.

Lösung: Es sollte enthalten sein:

Rückstellkraft $F \sim s$, weil kleine Auslenkung

Außerdem $F_E \sim F$, ebenfalls weil kleine Auslenkung

Damit $F_E \sim s$

Ladung q_0 wird bei jedem Durchgang halbiert. Weil sich damit auch die Auslenkung s halbiert gilt:

$$s \sim q \text{ und mit obigen Überlegungen gilt damit } F_E \sim q .$$

b) Beim Fadenpendel gilt für kleine Auslenkungen s (bzw. kleine Winkel δ): $F = G \frac{s}{l}$

Warum darf für kleine Auslenkungen der Betrag dieser Kraft gleich der elektrischen Feldkraft gesetzt werden? Beschreibe dies mit Worten und verdeutliche es in einer Skizze, indem du die beteiligten Kräfte einzeichnest.

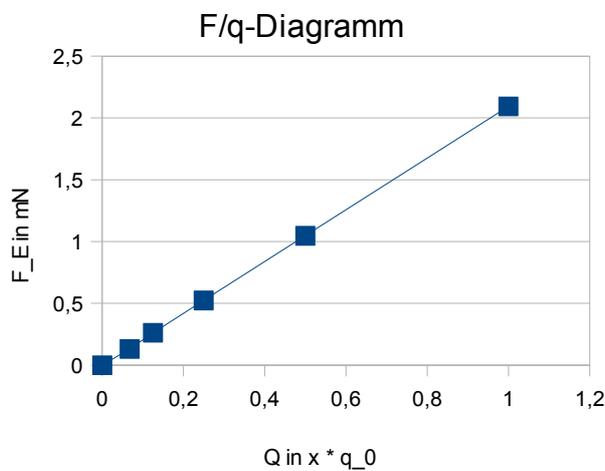
Lösung: Bei kleinen Auslenkungen sind Feldkraft und Rückstellkraft nahezu antiparallel. Die elektrische Feldkraft ist also die Gegenkraft zur Rückstellkraft. Da das Pendel in Ruhe ist, müssen die Kräfte vom Betrag her gleich groß sein.

Somit $\vec{F}_E = -\vec{F} \Rightarrow F_E = F$

c) Bei der Berührung mit der Kondensatorplatte erhält die Rasierklinge die Ladung $q = q_0$. Vervollständige folgende Auswertungstabelle:

	Berührung Platte	1. Berührung 2. Klinge	2. Berührung 2. Klinge	3. Berührung 2. Klinge	4. Berührung 2. Klinge	Ruhelage
q in C	q_0	$q_0/2$	$q_0/4$	$q_0/8$	$q_0/16$	0
s in m	0,032	0,016	0,008	0,004	0,002	0
F_E in N	$20,8 \cdot 10^{-4}$	$10,4 \cdot 10^{-4}$	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	0

d) Erstelle ein F_E -q-Diagramm aus den Ergebnissen von Aufgabenteil c).



e) Wie lässt sich die elektrische Feldstärke in diesem F_E -q-Diagramm ablesen?

Lösung: Die elektrische Feldstärke findet sich als Steigung des Graphen wieder, weil $F_E = E \cdot q$