Physik LK12, AB 01 – Übungsaufgaben Wellenmechanik – Lösung **30.09.2010**

<u>Aufgabe 1:</u> Ein Wasserskifahrer fährt mit einer stets konstanten Geschwindigkeit von $12{,}0\,m/s$. Wenn er in die gleiche Richtung fährt wie die fortlaufende Wasserwelle, springt er alle $0{,}60\,s$ über einen Wellenkamm. Fährt er gegen die Welle springt er alle $0{,}50\,s$ über einen Wellenkamm. Hinweis: Die Geschwindigkeit des Fahrers sei größer als die Wellengeschwindigkeit.

a) Bestimme die Wellengeschwindigkeit.

t_m: Zeit zwischen zwei Wellenkämmen, wenn er mit der Welle fährt
t_g: Zeit zwischen zwei Wellenkämmen, wenn er gegen der Welle fährt

I. $v \cdot t_m = \lambda + v_{ph} \cdot t_m$
II. $v \cdot t_g = \lambda - v_{ph} \cdot t_g$ | I.-II.

$$v \cdot (t_m - t_g) = v_{ph}(t_m + t_g)$$

$$v_{ph} = \frac{v \cdot (t_m - t_g)}{(t_m + t_g)} = \frac{12\frac{m}{s} \cdot (0{,}6\,s - 0{,}5\,s)}{0{,}6\,s + 0{,}5\,s} \approx 1{,}1\frac{m}{s}$$

A: Die Wellengeschwindigkeit beträgt 1,1 m/s.

b) Berechne die Wellenlänge der Wasserwelle.

$$\lambda = v \cdot t_m - v_{ph} \cdot t_m = t_m(v - v_{ph}) = 0{,}6\,s\,(12\frac{m}{s} - 1{,}1\frac{m}{s}) = 6{,}5\,m$$

A: Die Wellenlänge beträgt 6,5 m.

<u>Aufgabe 2:</u> Ein 1000 kg schweres Auto mit vier Insassen von jeweils 82 kg Gewicht fährt über eine holprige "Waschbrettstraße“ mit regelmäßigen Wellen im Abstand von 4,0m. Die Stoßdämpfer lassen das Auto bei einer Geschwindigkeit von 16 km/h am stärksten schwingen. Nun hält das Auto an und die vier Insassen steigen aus. Um wie viel hebt sich das Auto in den Stoßdämpfern aufgrund dieses Gewichtsverlusts?

Lösung: Bei 16 km/h treffen die Bodenwellen mit der Eigenfrequenz der Stoßdämpfer auf das Auto.

$$f = \frac{1}{4{,}0\,m} \cdot \frac{16}{3{,}6}\frac{m}{s} = \frac{10}{9}\frac{1}{s} \approx 1{,}1\,Hz \qquad \omega = 2\pi f \approx 6{,}98\frac{1}{s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad |\,^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{D}{m} \Leftrightarrow D = \omega^2 m = (6{,}98\,s^{-1})^2 \cdot (1000 + 4 \cdot 82)kg \approx 64725{,}1\frac{kg}{s^2}$$

Hookesches Gesetz: $F = D \cdot s$ Die Federn werden so weit ausgelenkt, dass die Federkraft mit der Gewichtskraft im Gleichgewicht ist. Also

$$m\,g = D \cdot s \qquad \Leftrightarrow s = \frac{m\,g}{D}$$

Masse mit Insassen $m_1 = 1328\,kg.$ Masse ohne Insassen $m_2 = 1000\,kg.$

$$s_1 = \frac{m_1 g}{D} = \frac{1328\,kg \cdot 9{,}81\,m\,s^{-2}}{64725{,}1\,kg\,s^{-2}} = 0{,}201\,m$$

$$s_2 = \frac{m_2 g}{D} = \frac{1000\,kg \cdot 9{,}81\,m\,s^{-2}}{64725{,}1\,kg\,s^{-2}} = 0{,}152\,m$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 4{,}9\,cm$$

A: Das Auto hebt sich um 4,9 cm.

<u>**Aufgabe 3:**</u> Eine harmonische Schwingung breite sich vom Nullpunkt als transversale Störung längs der x-Achse mit der Geschwindigkeit $v_{Ph} = 7{,}5\,\frac{mm}{s}$ aus.

Für die Amplitude und die Kreisfrequenz dieser Schwingung gilt: $A = 1{,}0\,cm$; $\omega = \frac{\pi}{2}\,Hz$

a) Berechne die Periodendauer T, die Frequenz f und die Wellenlänge.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{T} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\frac{\pi}{\frac{\pi}{2}\,Hz} = \mathbf{4\,s} \qquad \boldsymbol{f} = \frac{1}{T} = \mathbf{0{,}25\,Hz}$$

$$v_{ph} = \frac{\lambda}{T} \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda} = v_{ph} \cdot T = 7{,}5\,\frac{mm}{s} \cdot 4\,s = \mathbf{30\,mm}$$

b) Stelle die Wellengleichung für diese Welle auf. ereinfache, wenn möglich.

$$y(x,t) = \hat{y}\sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\lambda}T\right)\right] \qquad y(x,t) = \hat{y}\sin\left[\frac{2\pi}{4s}\left(t - \frac{x}{0{,}03\,m}4\,s\right)\right]$$

$$y(x,t) = \hat{y}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{4\,s} - \frac{x}{0{,}03\,m}\right)\right]$$

c) Stelle die Funktionsgleichung für das Momentbild der Störung nach $t_1 = 4\,s$ auf. Vereinfache, wenn möglich.

$$y(x, t = 4\,s) = \hat{y}\sin\left[\frac{2\pi}{4\,s}\left(4\,s - \frac{x}{0{,}03\,m}4\,s\right)\right] \quad \Leftrightarrow y(x) = \hat{y}\sin\left[2\pi\left(1 - \frac{x}{0{,}03\,m}\right)\right]$$

d) Stelle die Schwingungsgleichungen für des Oszillators auf, der am Ort $x_1 = 5{,}25\,cm$ von der Störung erfasst wird.

$$y(x = 0{,}0525\,m, t) = \hat{y}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{4\,s} - \frac{0{,}0525\,m}{0{,}03\,m}\right)\right] \qquad y(x = 0{,}0525\,m, t) = \hat{y}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{4\,s} - 7\right)\right]$$