Mathematik LK 11 M2, HÜ Nr. 3 – Nullstellen – Lösung B **13.12.2016**

<u>Aufgabe 1:</u> Berechne alle Nullstellen der Funktion $f(x)=x^7+12x^6+53x^5+102x^4+72x^3$

$$0=x_n^7+12x_n^6+53x_n^5+102x_n^4+72x_n^3$$

$\Leftrightarrow\ 0=x_n^3\cdot\left(x_n^4+12x_n^3+53x_n^2+102x_n+72\right)\ \Rightarrow\ x_1=0$ dreifache Nullstelle

Betrachte Klammer: $0=x_n^4+12x_n^3+53x_n^2+102x_n+72\ \Rightarrow\ x_2=-2$ durch Probieren.

$$\begin{array}{l}
(x^4+12x^3+53x^2+102x+72):(x+2)=x^3+10x^2+33x+36\\
-\underline{(x^4+\ 2x^3)}\\
\quad 10x^3+53x^2+102x+72\\
\quad -\underline{(10x^3+20x^2)}\\
\qquad 33x^2+102x+72\\
\qquad -\underline{(33x^2+\ 66x)}\\
\qquad\quad 36x+72\\
\qquad\quad -\underline{(36x+72)}\\
\qquad\qquad 0
\end{array}$$

Also $0=(x_n+2)\cdot(x_n^3+10x_n^2+33x_n+36)$

Betrachte Klammer: $0=x_n^3+10x_n^2+33x_n+36\ \Rightarrow\ x_3=-3$ durch Probieren.

$$\begin{array}{l}
(x^3+10x^2+33x+36):(x+3)=x^2+7x+12\\
-\underline{(x^3+\ 3x^2)}\\
\quad 7x^2+33x+36\\
\quad -\underline{(7x^2+21x)}\\
\qquad 12x+36\\
\qquad -\underline{(12x+36)}\\
\qquad\quad 0
\end{array}$$

Also $0=(x_n+2)(x_n+3)\cdot(x_n^2+7x_n+12)$

Betrachte Klammer: $0=x_n^2+7x_n+12\ \Rightarrow\ x_{3/4}=-\frac{7}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2-12}=-\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{49}{4}-\frac{48}{4}}=-\frac{7}{2}\pm\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\ x_4=-\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=-4\ ;\ x_3=-\frac{7}{2}+\frac{1}{2}=-3$

Die Nullstellen sind also: $\boldsymbol{x_1=0}$ (dreifach), $\boldsymbol{x_2=-2,}$ $\boldsymbol{x_3=-3}$ (doppelt) und $\boldsymbol{x_4=-4}$.