**Mathematik LK 11 M2, HÜ Nr. 3 – Nullstellen – Lösung A** **13.12.2016**

**<u>Aufgabe 1:</u>** Berechne alle Nullstellen der Funktion $f(x)=x^7+13x^6+60x^5+116x^4+80x^3$

$$0=x_n^7+13x_n^6+60x_n^5+116x_n^4+80x_n^3$$
$$\Leftrightarrow\ 0=x_n^3\cdot\left(x_n^4+13x_n^3+60x_n^2+116x_n^1+80\right)\ \Rightarrow\ x_1=0$$ dreifache Nullstelle

Betrachte Klammer: $0=x_n^4+13x_n^3+60x_n^2+116x_n+80\ \Rightarrow\ x_2=-2$ durch Probieren.

$$\begin{array}{l}
(x^4+13x^3+60x^2+116x+80):(x+2)=x^3+11x^2+38x+40\\
-\underline{(x^4+\ 2x^3)}\\
\quad 11x^3+60x^2+116x+80\\
\quad -\underline{(11x^3+22x^2)}\\
\qquad 38x^2+116x+80\\
\qquad -\underline{(38x^2+\ 76x)}\\
\qquad\quad 40x+80\\
\qquad\quad -\underline{(40x+80)}\\
\qquad\qquad 0
\end{array}$$

Also $0=(x_n+2)\cdot(x_n^3+11x_n^2+38x_n+40)$

Betrachte Klammer: $0=x_n^3+11x_n^2+38x_n+40\ \Rightarrow\ x_2=-2$ durch Probieren. (doppelte NST)

$$\begin{array}{l}
(x^3+11x^2+38x+40):(x+2)=x^2+9x+20\\
-\underline{(x^3+\ \ 2x^2)}\\
\quad 9x^2+38x+40\\
\quad -\underline{(9x^2+18x)}\\
\qquad 20x+40\\
\qquad -\underline{(20x+40)}\\
\qquad\quad 0
\end{array}$$

Also $0=(x_n+2)^2\cdot(x_n^2+9x_n+20)$

Betrachte Klammer: $0=x_n^2+9x_n+20\ \Rightarrow\ x_{3/4}=-\frac{9}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2-20}=-\frac{9}{2}\pm\sqrt{\frac{81}{4}-\frac{80}{4}}=-\frac{9}{2}\pm\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow\ x_3=-\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=-5\ ;\ x_4=-\frac{9}{2}+\frac{1}{2}=-4$$

Die Nullstellen sind also: $\boldsymbol{x_1=0}$ (dreifach), $\boldsymbol{x_2=-2}$ (doppelt), $\boldsymbol{x_3=-5}$ und $\boldsymbol{x_4=-4}$.