Mathematik LK 11 M2, HÜ Nr. 1 – Mittelstufenmathematik – Lösung B 09.09.2016

Aufgabe 1: Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich

$$\frac{\ln(d^2 f^{-7})}{\ln(a)} - \log_a\left(\frac{(4c^3+4c^2 d)\cdot d^5}{(4c^2+8cd+4d^2)\cdot f^4}\right) + \log_a(c^2 d^3 f^3)$$

$$= \log_a(d^2 f^{-7}) - \log_a\left(\frac{4c^2(c+d)d^5}{4(c^2+2cd+d^2)f^4}\right) + \log_a(c^2 d^3 f^3)$$

$$= \log_a(d^2 f^{-7}) - \log_a\left(\frac{c^2(c+d)d^5}{(c+d)^2 f^4}\right) + \log_a(c^2 d^3 f^3)$$

$$= \log_a(d^2 f^{-7}) - \log_a\left(\frac{c^2 d^5}{(c+d)f^4}\right) + \log_a(c^2 d^3 f^3)$$

$$= \log_a\left(\frac{d^2(c+d)f^4 c^2 d^3 f^3}{c^2 d^5 f^7}\right) = \boldsymbol{\log_a(c+d)}$$

Aufgabe 2: Der Graph einer quadratischen Funktion *f* geht durch die Punkte $A(-4|-6), B(2|9)$ und $C(10|1)$.

2.1 Berechne die Funktionsgleichung mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems.
(Kontrolllösung: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 6$) Punkte einsetzen in $f(x) = ax^2 + bx + c$

$I.\quad -6 = a\cdot(-4)^2 + b\cdot(-4) + c$ $II.\quad 9 = a\cdot 2^2 + b\cdot 2 + c$ $III.\quad 1 = a\cdot 10^2 + b\cdot 10 + c$ $I.\quad -6 = 16a - 4b + c \quad \mid I. - II.$ $II.\quad 9 = 4a + 2b + c$ $III.\quad 1 = 100a + 10b + c \quad \mid III. - I.$ $Ia.\quad -15 = 12a - 6b$ $IIIa.\quad 7 = 84a + 14b \quad \mid 3\,IIIa. + 7\,Ia.$ $-84 = 336a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$ Setze $a = -\frac{1}{4}$ in Ia ein:	$Ia.\quad -15 = 12\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) - 6b$ $\Leftrightarrow -15 = -3 - 6b \Leftrightarrow -12 = -6b \Leftrightarrow b = 2$ Setze $a = -\frac{1}{4}$ und $b = 2$ in II. ein: $II.\quad 9 = 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) + 2\cdot 2 + c$ $\Leftrightarrow 9 = -1 + 4 + c \Leftrightarrow c = 6$ $a = -\frac{1}{4}\ ;\ b = 2\ ;\ c = 6$ Also $\boldsymbol{f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 6}$

2.2 Berechne den Scheitelpunkt der Parabel mit Hilfe der im Unterricht benutzten Methode.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 6 = -\frac{1}{4}\left(x^2 - 8x\right) + 6 = -\frac{1}{4}\left(x^2 - 8x + 16 - 16\right) + 6 = -\frac{1}{4}\left[(x-4)^2 - 16\right] + 6$$

$$= -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 4 + 6 = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 10$$ Also $\boldsymbol{S(4|10)}$.

Mathematik LK 11 M2, HÜ Nr. 1 – Mittelstufenmathematik – Lösung B 09.09.2016

<u>**2.3**</u> Berechne die Nullstellen der Funktion.

Die Nullstellen sind die x-Koordinaten der Schnittpunkte $(x_n|0)$ mit der x-Achse. Einsetzen in Funktionsgleichung:

Lösung mit p-q-Formel:	Lösung mit quadratischer Ergänzung:
$0=-\frac{1}{4}x_n^2+2x_n+6 \quad \mid \cdot(-4)$ $\Leftrightarrow \; 0=x_n^2-8x_n-24$ p-q-Formel: $x_{1/2}=4\pm\sqrt{(-4)^2+24}=4\pm\sqrt{40}$ $\Rightarrow x_1=4-\sqrt{40}\approx-2{,}3246$ $x_2=4+\sqrt{40}\approx10{,}3246$ Also $\boldsymbol{x_1=4-2\sqrt{10}}$; $\boldsymbol{x_2=4+2\sqrt{10}}$	$0=-\frac{1}{4}x_n^2+2x_n+6 \quad \mid \cdot(-4)$ $\Leftrightarrow \; 0=x_n^2-8x_n-24 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow \; 0=x_n^2-8x_n+16-16-24 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow \; 0=(x_n-4)^2-40 \quad \mid +40$ $\Leftrightarrow \; 40=(x_n-4)^2 \quad \mid \sqrt{\;}$ $\Leftrightarrow \; \pm\sqrt{40}=x_{1/2}-4 \quad \mid +4$ $\Rightarrow x_1=4-\sqrt{40}\approx-2{,}3246$ $x_2=4+\sqrt{40}\approx10{,}3246$ Also $\boldsymbol{x_1=4-2\sqrt{10}}$; $\boldsymbol{x_2=4+2\sqrt{10}}$