Mathematik LK 11 M2, HÜ Nr. 1 – Mittelstufenmathematik – Lösung A **09.09.2016**

<u>Aufgabe 1:</u> Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich

$$\log_a(x^2y^3z^4)-\log_a\left(\frac{(3x^3+3x^2y)\cdot y^5}{(3x^2+6xy+3y^2)\cdot z^2}\right)+\frac{lg(y^2z^{-6})}{lg(a)}$$

$$=\log_a(x^2y^3z^4)-\log_a\left(\frac{3x^2(x+y)\cdot y^5}{3(x^2+2xy+y^2)\cdot z^2}\right)+\log_a(y^2z^{-6})$$
$$=\log_a(x^2y^3z^4)-\log_a\left(\frac{3x^2(x+y)\cdot y^5}{3(x+y)^2\cdot z^2}\right)+\log_a(y^2z^{-6})$$
$$=\log_a(x^2y^3z^4)-\log_a\left(\frac{x^2y^5}{(x+y)\cdot z^2}\right)+\log_a(y^2z^{-6})$$
$$=\log_a\left(\frac{x^2y^3z^4(x+y)z^2y^2}{x^2y^5z^6}\right)=\mathbf{\log_a(x+y)}$$

<u>Aufgabe 2:</u> Der Graph einer quadratischen Funktion *f* geht durch die Punkte $A(-8|-10), B(-4|6)$ und $C(4|-10)$.

<u>2.1</u> Berechne die Funktionsgleichung mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems.
(Kontrolllösung: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$) Punkte einsetzen in $f(x)=ax^2+bx+c$

$I.\quad -10=a\cdot(-8)^2+b\cdot(-8)+c$ $II.\quad 6=a\cdot(-4)^2+b\cdot(-4)+c$ $III.\quad -10=a\cdot4^2+b\cdot4+c$ $I.\quad -10=64a-8b+c$ $II.\quad 6=16a-4b+c \quad \mid II.-I.$ $III.\quad -10=16a+4b+c \quad \mid III.-I.$ $IIa.\quad 16=-48a+4b \quad \mid IIa.-IIIa.$ $IIIa.\quad 0=-48a+12b$ $16=-8b \Leftrightarrow b=-2$ Setze $b=-2$ in IIIa ein: $IIa.\quad 0=-48a+12\cdot(-2)$	$\Leftrightarrow 24=-48a \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$ Setze $a=-\frac{1}{2}$ und $b=-2$ in II. ein: $II.\quad 6=16\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-4\cdot(-2)+c$ $\Leftrightarrow 6=-8+8+c \Leftrightarrow c=6$ $a=-\frac{1}{2}$; $b=-2$; $c=6$ Also $\boldsymbol{f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6}$

<u>2.2</u> Berechne den Scheitelpunkt der Parabel mit Hilfe der im Unterricht benutzten Methode.

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6=-\frac{1}{2}\left(x^2+4x\right)+6=-\frac{1}{2}\left(x^2+4x+4-4\right)+6=-\frac{1}{2}\left[(x+2)^2-4\right]+6$$
$$=-\frac{1}{2}(x+2)^2+2+6=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8$$ Also hat der Scheitelpunkt die Koordinaten $\boldsymbol{S(-2|8)}$.

2.3 Berechne die Nullstellen der Funktion.

Die Nullstellen sind die x-Koordinaten der Schnittpunkte $(x_n|0)$ mit der x-Achse. Einsetzen in Funktionsgleichung:

Lösung mit p-q-Formel:	Lösung mit quadratischer Ergänzung:
$0=-\frac{1}{2}x_n^2-2x_n+6 \quad \mid \cdot(-2)$ $\Leftrightarrow\ 0=x_n^2+4x_n-12$ p-q-Formel: $x_{1/2}=-2\pm\sqrt{2^2+12}=-2\pm\sqrt{16}=-2\pm4$ $\Rightarrow x_1=-2-4=-6\ ;\ x_2=-2+4=2$ Also $\boldsymbol{x_1=-6\ ;\ x_2=2}$	$0=-\frac{1}{2}x_n^2-2x_n+6 \quad \mid \cdot(-2)$ $\Leftrightarrow\ 0=x_n^2+4x_n-12 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow\ 0=x_n^2+4x_n+4-4-12 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow\ 0=(x_n+2)^2-16 \quad \mid +16$ $\Leftrightarrow\ 16=(x_n+2)^2 \quad \mid \sqrt{\ }$ $\Leftrightarrow\ \pm4=x_{1/2}+2 \quad \mid -2$ $\Rightarrow x_1=-2-4=-6\ ;\ x_2=-2+4=2$ Also $\boldsymbol{x_1=-6\ ;\ x_2=2}$