Mathematik LK 11 M2, HÜ Nr. 5 – Ableitungsregeln – Lösung N **02.05.2016**

Aufgabe 1: Berechne die 1. Ableitungsfunktion von $f(x)=\ln\left(\frac{\left(\sin^4(x)-\cos^4(x)\right)+\cos^2(x)}{\sin(x)}\right)$ und vereinfache den Funktionsterm so weit wie möglich.

(Kontrolllösung: $f'(x)=\frac{1}{\tan(x)}$)

$$f(x)=\ln\left(\frac{\left(\sin^4(x)-\cos^4(x)\right)+\cos^2(x)}{\sin(x)}\right)=\ln\left(\frac{\left((\sin^2(x)+\cos^2(x))\cdot(\sin^2(x)-\cos^2(x))\right)+\cos^2(x)}{\sin(x)}\right)$$
$$=\ln\left(\frac{\left(1\cdot\left(\sin^2(x)-\cos^2(x)\right)\right)+\cos^2(x)}{\sin(x)}\right)$$
$$=\ln\left(\frac{\sin^2(x)-\cos^2(x)+\cos^2(x)}{\sin(x)}\right)=\ln\left(\frac{\sin^2(x)}{\sin(x)}\right)=\ln\left(\sin(x)\right)$$

$f'(x)=u(v(x))$ mit

$v(x)=\sin(x) \Rightarrow v'(x)=\cos(x)$ und $u(v(x))=\ln(v(x)) \Rightarrow u'(v(x))=\frac{1}{v(x)}$

$$\boldsymbol{f'(x)}=u'(v(x))\cdot v'(x)=\frac{1}{\sin(x)}\cdot\cos(x)=\frac{\cos(x)}{\sin(x)}=\boldsymbol{\frac{1}{\tan(x)}}$$

Aufgabe 2: Berechne die Normalengleichung von $f(x)=\frac{x^2-1}{(x+1)^2}$ an der Stelle $x_0=-2$.

(Kontrolllösung $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$; $g(x)=-\frac{1}{2}x+2$)

$$f(x)=\frac{x^2-1}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{x-1}{x+1}$$

$f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}$ mit $u(x)=x-1 \Rightarrow u'(x)=1$ und $v(x)=x+1 \Rightarrow v'(x)=1$

$$f'(x)=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v(x)^2}=\frac{1\cdot(x+1)-(x-1)\cdot 1}{(x+1)^2}=\frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}$$

$f'(-2)=\frac{2}{(-2+1)^2}=\frac{2}{(-1)^2}=2$ $\quad g(x)=m_n\cdot x+n$ $\quad m_n=\frac{1}{f'(-2)}=-\frac{1}{2}$ $\quad f(-2)=\frac{-2-1}{-2+1}=3$

Einsetzen von $(-2|3)$ in $g(x)$: $3=-\frac{1}{2}\cdot(-2)+n \Leftrightarrow 3=1+n \Leftrightarrow n=2$

Also $\boldsymbol{g(x)=-\frac{1}{2}x+2}$