**Mathematik LK 11 M2, HÜ Nr. 5 – Ableitungsregeln – Lösung** **28.04.2016**

**Aufgabe 1:** Berechne die 1. Ableitungsfunktion von $f(x)=\ln\left(\frac{(\sin(x)+\cos(x))^2-1}{2\sin(x)}\right)$ und vereinfache den Funktionsterm so weit wie möglich. (Kontrolllösung: $f'(x)=-\tan(x)$)

$$f(x)=\ln\left(\frac{(\sin(x)+\cos(x))^2-1}{2\sin(x)}\right)=\ln\left(\frac{\sin^2(x)+2\sin(x)\cos(x)+\cos^2(x)-1}{2\sin(x)}\right)$$
$$=\ln\left(\frac{1+2\sin(x)\cos(x)-1}{2\sin(x)}\right)=\ln\left(\frac{2\sin(x)\cos(x)}{2\sin(x)}\right)=\ln(\cos(x))$$

Kettenregel: $f(x)=u(v(x)) \Rightarrow f'(x)=v'(x)\cdot u'(v(x))$ mit

$v(x)=\cos(x) \Rightarrow v'(x)=-\sin(x)$ und $u(v(x))=\ln(v(x)) \Rightarrow u'(v(x))=\frac{1}{v(x)}$. Also

$$\boldsymbol{f'(x)}=-\sin(x)\cdot\frac{1}{\cos(x)}=-\frac{\sin(x)}{\cos(x)}=\boldsymbol{-\tan(x)}$$

**Aufgabe 2:** Berechne die 1. und die 2. Ableitungsfunktion von $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ und vereinfache den Funktionsterme so weit wie möglich.

(Kontrolllösung 1. Ableitung: $f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}$. Benutze diese Kontrolllösung für die 2. Ableitung, falls du selbst nicht auf das Ergebnis gekommen bist).

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-2)}=\frac{x+1}{x-2}$$

Quotietenregel: $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x)=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v(x)^2}$ mit

$u(x)=x+1 \Rightarrow u'(x)=1$ und $v(x)=x-2 \Rightarrow v'(x)=1$. Also

$$\boldsymbol{f'(x)}=\frac{1\cdot(x-2)-(x+1)\cdot 1}{(x-2)^2}=\frac{x-2-x-1}{(x-2)^2}=\boldsymbol{\frac{-3}{(x-2)^2}}$$

Bilde die 2. Ableitungsfunktion, also die Ableitungsfunktion von $f'(x)=-3\cdot(x-2)^{-2}$

Kettenregel: $f(x)=-3\cdot u(v(x)) \Rightarrow f'(x)=-3\cdot v'(x)\cdot u'(v(x))$ mit

$v(x)=x-2 \Rightarrow v'(x)=1$ und $u(v(x))=v(x)^{-2} \Rightarrow u'(v(x))=-2\cdot v(x)^{-3}=-\frac{2}{v(x)^3}$ Also

$$\boldsymbol{f'(x)}=(-3)\cdot 1\cdot\left(-\frac{2}{v(x)^3}\right)=\boldsymbol{\frac{6}{(x+2)^3}}$$