Mathematik GK 12 m3, HÜ 01 – Flächenberechnung – Lösung A 02.10.2015

Aufgabe 1: Berechne den Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion $f(x)=-x^2-4x+5$ und der x-Achse im Intervall $[0;1]$.

Berechnung der Nullstellen: $0=-x_n^2-4x_n+5 \quad | \cdot(-1)$

$0=x_n^2+4x-5 \Rightarrow x_{1/2}=-2\pm\sqrt{2^2+5}=-2\pm3 \Rightarrow x_1=-5; x_2=1$

Keine der NST liegt im betrachteten Intervall, also muss die Fläche nicht unterteilt werden.

$$\boldsymbol{A}=\left|\int_0^1 \left(-x^2-4x+5\right)dx\right|=\left|\left[-\frac{1}{3}x^3-2x^2+5x\right]_0^1\right|=\left|-\frac{1}{3}\cdot1^3-2\cdot1^2+5\cdot1-\left(0-0+0\right)\right|$$

$$=\left|-\frac{1}{3}-2+5\right|=\left|\frac{8}{3}\right|=\boldsymbol{\frac{8}{3}}\approx2{,}67$$

Aufgabe 2: Berechne den Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion $f(x)=-x^2-4x+5$ und dem Graphen der Funktion $g(x)=0{,}5x+2{,}5$ im Intervall $[-3;0]$.

Bilde Differenzfunktion:

$h(x)=g(x)-f(x)=0{,}5x+2{,}5-(-x^2-4x+5)=0{,}5x+2{,}5+x^2+4x-5=x^2+4{,}5x-2{,}5$

Berechnung der Nullstellen:

$$0=x_n^2+4{,}5x_n-2{,}5 \Rightarrow x_{1/2}=-\frac{9}{4}\pm\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2+\frac{5}{2}}=-\frac{9}{4}\pm\sqrt{\frac{81}{16}+\frac{40}{16}}=-\frac{9}{4}\pm\sqrt{\frac{121}{16}}=-\frac{9}{4}\pm\frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{-9}{4}-\frac{11}{4}=\frac{-20}{4}=-5 \;;\; x_2=\frac{-9}{4}+\frac{11}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Keine der NST liegt im betrachteten Intervall, also muss die Fläche nicht unterteilt werden.

$$\boldsymbol{A}=\left|\int_{-5}^{0}\left(x^2+\frac{9}{2}x-\frac{5}{2}\right)dx\right|=\left|\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{9}{4}x^2+\frac{5}{2}x\right]_{-3}^{0}\right|=\left|0+0+0-\left(\frac{1}{3}\cdot(-3)^3+\frac{9}{4}\cdot(-3)^2+\frac{5}{2}\cdot(-3)\right)\right|$$

$$=\left|-\left(\frac{15}{4}\right)\right|=\frac{15}{4}=\boldsymbol{3{,}75}$$