Mathematik GK 12 m4, HÜ 01 – Rechnen mit Vektoren – Lösung B **06.03.2015**

<u>Aufgabe 1:</u> Rechnen mit Vektoren

Gegeben sind die folgenden Vektoren und Skalare:

$r=3\,;\,s=8\,;\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix};\vec{b}=\begin{pmatrix}0\\-1\\4\end{pmatrix};\vec{c}=\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix};\vec{d}=\begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix};\vec{f}=\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ Falls die folgenden Terme ungültig sind, schreibe als Lösung „ungültig“. Berechne ansonsten und vereinfache das Ergebnis so weit wie möglich:

Nr.	Aufgabe	Lösung
1.1	$\vec{b}+\vec{c}$	$\begin{pmatrix}0\\-1\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}=\boldsymbol{\begin{pmatrix}-1\\-1\\6\end{pmatrix}}$
1.2	$\vec{a}\cdot\vec{c}$	$\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}=4\cdot(-1)+3\cdot0+2\cdot2=\mathbf{0}$
1.3	$(\vec{a}\cdot\vec{b})+(\vec{d}\cdot\vec{f})$	$\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}=(4\cdot0+3\cdot(-1)+2\cdot4)+(8\cdot(-3)+2\cdot1)=5-22=\mathbf{-17}$
1.4	$s\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$	$8\cdot\left[\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\-1\\4\end{pmatrix}\right]=8\cdot\begin{pmatrix}14\\-16\\-4\end{pmatrix}=\boldsymbol{\begin{pmatrix}112\\-128\\-32\end{pmatrix}}$
1.5	$r\cdot\vec{b}\cdot\lvert\vec{d}\times\vec{f}\rvert$	**ungültig** (Man kann das Kreuzprodukt nur bei dreidimensionalen Vektoren bilden.)
1.6	Berechne den zu $\vec{a}$ passenden Einheitsvektor	$\vec{n}_a=\frac{1}{\lvert\vec{a}\rvert}\cdot\vec{a}=\frac{1}{\sqrt{4^2+3^2+2^2}}\cdot\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{29}}\cdot\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}=\boldsymbol{\begin{pmatrix}\frac{4}{\sqrt{29}}\\\frac{3}{\sqrt{29}}\\\frac{2}{\sqrt{29}}\end{pmatrix}}$
1.7	Berechne den Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$.	$\cos(\phi)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert}=\frac{\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-1\\4\end{pmatrix}}{\sqrt{29}\cdot\sqrt{0^2+(-1)^2+4^2}}=\frac{4\cdot0+3\cdot(-1)+2\cdot4}{\sqrt{29}\cdot\sqrt{17}}=\frac{5}{\sqrt{493}}\approx0{,}2252$ $\Rightarrow\phi=\arccos(0{,}2252)=\mathbf{76{,}99\,°}$

1.8 Schreibe die Geradengleichung auf, die $\vec{a}$ als Stützvektor und den Verbindungsvektor zwischen $\vec{a}$ und $\vec{c}$ als Richtungsvektor hat. Vereinfache so weit wie möglich.

Lösung: $\boldsymbol{g:\vec{x}}=\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-1-4\\0-3\\2-2\end{pmatrix}=\boldsymbol{\begin{pmatrix}4\\3\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-5\\-3\\0\end{pmatrix}}$