Mathematik LK 11 M2, HÜ Vollst. Funktionsuntersuchung – Lösung A   10.12.2012

<u>Aufgabe 1:</u> Führe eine vollständige Funktionsuntersuchung für die Funktion $f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x+2}$ durch.

Hinweis: Extrem- und Wendestellen sollten nicht bestimmt werden. Graph muss nicht gezeichnet werden.

0. Ableitungen: 1. Ableitung: $f'(x)=\frac{2x^3+3x^2-3}{2(x+1)^2}$ 2. Ableitung: $f''(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+3}{(x+1)^3}$

1. Definitionsbereich, Polstellen

NST Zähler: $x_1=1$, denn $1^3-2\cdot 1+1=0$ Weitere NST: $x^3+3x^2+3x+3:(x-1)=x^2+x-1$

$$x_{2/3}=-0{,}5\pm\sqrt{0{,}5^2+1}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\quad\Rightarrow x_2\approx-1{,}6180\ ;\ x_3=0{,}6180$$

NST Nenner: $2x_4+2=0 \Leftrightarrow 2x_4=-2 \Leftrightarrow x_4=-1$

Es gibt keinen gemeinsamen NST von Zähler und Nenner und damit auch keine hebbaren Definitionslücken. Damit ist $\boldsymbol{D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}}$ PST: $\boldsymbol{x_4}=-1$

2. Schnittpunkt y-Achse $\boldsymbol{f(0)=\frac{1}{2}}$

3. Nullstellen der Funktion $\boldsymbol{x_1=1\ ;\ x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\ ;\ x_3=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$

4. Tangentensteigungen an den Nullstellen

$$\boldsymbol{f'(-1{,}6180)=-4{,}74\ ;f'(1)=\frac{1}{4}\ ;f'(0{,}6180)=-0{,}26}$$

5. Verhalten der Funktionswerte für $\pm\infty$, (ggf. inkl. Näherungsfunktionen)

$$(x^3-2x+1):(2x+2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+\frac{1}{(x+1)}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+\frac{1}{(x+1)}\right)=+\infty$$ Näherungsfunktion: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

Punkte 6.-9. entfallen wegen Aufgabenstellung