Mathematik LK 11 M1, HÜ Nr. 3 – Ableitungen – Lösung A 19.11.2012

Aufgabe 1: Bestimme die Ableitungsfunktion

a) $f(x)=4(x^2-2)(x^2+2)$

$f(x)=4(x^4-4)=4x^4-16$ $\quad \boldsymbol{f'(x)=16x^3}$

b) $f(x)=\frac{1}{-\tan^2(x)}$ Kettenregel mit $u(x)=-\frac{1}{x^2}$ und $v(x)=\tan(x)$

$u'(x)=\frac{2}{x^3} \quad v'(x)=\frac{1}{\cos^2(x)}$

$\boldsymbol{f'(x)}=v'(x)\cdot u'(x)=\frac{1}{\cos^2(x)}\cdot\frac{2}{\tan^3(x)}=\boldsymbol{\frac{2}{\cos^2(x)\cdot\tan^3(x)}}=\frac{2\,sec^2(x)}{\tan^3(x)}$

Aufgabe 2: Gegeben ist die Funktion $f(x,t)=-\frac{1}{t}\cdot\sin(x^2)$. Bestimme

c) $\boldsymbol{\frac{df}{dx}}=-\frac{1}{t}\cdot 2\mathrm{x}\cos(x^2)=\boldsymbol{-\frac{2}{t}\cdot x\cos(x^2)}$

d) $\boldsymbol{\frac{df}{dt}=\sin(x^2)\cdot\frac{1}{t^2}}$

Aufgabe 3: Berechne den Punkt P, für den die Normale der Funktion f die Funktionsgleichung g hat.

a) $f(x)=\frac{x+3}{x^2+2}$ $\quad g(x)=3x-6$ Ableitung: Quotientenregel mit $u(x)=x+3$ und $v(x)=x^2+2$

$$f'(x)=\frac{u'(x)v(x)-v'(x)u(x)}{v(x)^2}=\frac{1(x^2+2)-(x+3)\cdot 2\mathrm{x}}{(x^2+2)^2}=\frac{x^2+2-2\mathrm{x}^2-6\mathrm{x}}{(x^2+2)^2}=\frac{-x^2-6\mathrm{x}+2}{(x^2+2)^2}$$

Normalensteigung: $m_N=3$ $\Rightarrow$ Tangentensteigung $m=-\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3}=\frac{-x^2-6\mathrm{x}+2}{(x^2+2)^2}$ Diese Gleichung ist mit unseren Mittel kaum lösbar (Fehler in Aufgabenstellung). Daher gibt es bereits die volle Punktzahl für das Erreichen dieser Stelle in der Rechnung.

Weitere Rechenschritte: Berechnung der zugehörigen y-Werte für alle Lösungen der Gleichung. Berechnung einer Normalengleichung für alle Punkte. Nur für einen Punkt erhalten wir die Normalengleichung aus der Aufgabenstellung. Dieser Punkt ist die Lösung.