Mathematik LK 11 M1, AB 02 – Wissenstest Mittelstufe – Lösung **13.08.2012**

Aufgabe 1: Löse die Klammern auf und vereinfache:

a) $a^2-2ab+b^2-(2a^2-2ab)-5\cdot b\cdot b=a^2-2\text{ab}+b^2-2\text{a}^2+2\text{ab}-5\text{b}^2=-a^2-4\text{b}^2$

b) $\left(\frac{1}{9}a+2\text{b}\right)\left(\frac{1}{6}a-3\text{b}\right)=\frac{1}{54}a^2-\frac{1}{3}ab+\frac{1}{3}ba-6\text{b}^2=\frac{1}{54}a^2-6b^2$

Aufgabe 2: Klammere zuerst einen Faktor aus. Wende anschließend eine binomische Formel an.

a) $12x^2-27y^2=3(4\text{x}^2-9\text{y}^2)=3(2\text{x}+3\text{y})(2\text{x}-3\text{y})$

b) $\frac{1}{2}g^2+2gh+2h^2=2\left(\frac{1}{4}g^2+gh+h^2\right)=2\left(\frac{1}{2}g+h\right)^2$

Aufgabe 3: Gegeben ist eine lineare Funktion f mit der Steigung m, dem y-Achsenabschnitt n, sowie den Punkten $P_1(-4|2)$ und $P_2(4|6)$, die beide auf dem Graphen der Funktion f liegen. Berechne m und n und stelle die Funktionsgleichung auf.

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-2}{4-(-4)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ $\qquad y_2=mx_2+n\Rightarrow 6=0{,}5\cdot 4+n\Leftrightarrow n=6-0{,}5\cdot 4=4$

$\boldsymbol{f(x)=0{,}5\,x+4}$

Aufgabe 4: Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x+18 \quad \mid -\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow\frac{1}{2}x=18{,}5 \quad \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow x=37$ $\boldsymbol{L=\{37\}}$	**b)** $\frac{7}{5}\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{9}{10}x-\frac{3}{10} \quad \mid \cdot\frac{5}{7}$ $\Leftrightarrow x+\frac{1}{2}=\frac{45}{70}x-\frac{15}{70} \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x+\frac{1}{2}=\frac{9}{14}x-\frac{3}{14} \quad \mid -\frac{1}{2}-\frac{9}{14}x$ $\Leftrightarrow\frac{5}{14}x=-\frac{10}{14} \quad \mid \cdot\frac{14}{5}$ $\Leftrightarrow x=-2$ $\boldsymbol{L=\{-2\}}$
c) $0=4\text{x}^2-16\text{x}+12$ $4\text{x}^2-16\text{x}+12=0 \quad \mid :4$ $\Leftrightarrow x^2-4\text{x}+3=0$ Option 1: quadratische Ergänzung $\Leftrightarrow x^2-4\text{x}+4-4+3=0 \quad \mid T;+1$ $\Leftrightarrow(x-2)^2=1 \quad \mid \sqrt{}$ $\Leftrightarrow x_{1/2}-2=\pm 1 \quad \mid +2$ $\Rightarrow x_1=1;\Rightarrow x_2=3 \qquad \boldsymbol{L=\{1;3\}}$	**d)** $\log_k(x)=2\cdot\log_k(4)+3\cdot\log_k(3) \quad \mid T$ $\Leftrightarrow\log_k(x)=\log_k(4^2)+\log_k(3^3)$ $\Leftrightarrow\log_k(x)=\log_k(16\cdot 27)$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{x=432}$ $\boldsymbol{L=\{432\}}$

e) $4^{\left(x^2-\frac{3}{16}\right)}=\left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \mid lg$ $\Leftrightarrow lg\left(4^{\left(x^2-\frac{3}{16}\right)}\right)=lg\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right) \quad \mid T$ $\Leftrightarrow \left(x^2-\frac{3}{16}\right)\cdot lg(4)=x\cdot lg\left(\frac{1}{2}\right) \quad \mid :lg(4)$ $\Leftrightarrow x^2-\frac{3}{16}=x\cdot\frac{lg\left(\frac{1}{2}\right)}{lg(4)} \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x^2-\frac{3}{16}=-0{,}5\cdot x \quad \mid +0{,}5\,x$	$\Leftrightarrow x^2+0{,}5\,x-\frac{3}{16}=0$ p-q-Formel $\Leftrightarrow x_{1/2}=-\frac{1}{4}\pm\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{3}{16}} \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x_{1/2}=-\frac{1}{4}\pm\frac{2}{4}$ $\Rightarrow x_1=-\frac{3}{4};\, x_2=\frac{1}{4}$ $\boldsymbol{L=\{-\frac{3}{4};\frac{1}{4}\}}$

Aufgabe 5: Vereinfache so weit wie möglich

a) $\sqrt{3}\cdot(\sqrt{27}-\sqrt{3})=\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{3\cdot 27}-3=\sqrt{81}-3=9-6=\mathbf{6}$

b) $\frac{3-4\sqrt{5}}{3+4\sqrt{5}}=\frac{(3-4\sqrt{5})\cdot(3-4\sqrt{5})}{(3+4\sqrt{5})\cdot(3-4\sqrt{5})}=\frac{9-2\cdot 3\cdot 4\cdot\sqrt{5}+16\cdot 5}{9-16\cdot 5}=-\boldsymbol{\frac{89-24\sqrt{5}}{71}}$

Aufgabe 6: Bestimme die Lösungsmenge:

a) $\sqrt{y^2+1}=y+1 \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow y^2+1=y^2+2y+1 \quad \mid -y^2-1$ $\Leftrightarrow 0=2y \quad \mid :2$ $\Leftrightarrow y=0$ Probe: $\sqrt{0^2+1}=0+1$ $\Leftrightarrow \sqrt{1}=1$ Probe ok, $\boldsymbol{L=\{0\}}$ **b)** $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x}=0 \quad \mid +\sqrt{2x}$ $\sqrt{3x+1}=\sqrt{2x}$ $\Rightarrow 3x+1=2x \quad \mid -2x-1$ $\Leftrightarrow x=-1$ Probe: $\sqrt{3\cdot(-1)+1}-\sqrt{2\cdot(-1)}=0$ Wurzel negativ, damit Probe nicht ok, $\boldsymbol{L=\{\}}$	**c)** $\sqrt{x-6}=\sqrt{x}-\sqrt{4x-14}$ |² $\Rightarrow x-6=x-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}+4x-14 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x-6=5x-14-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad \mid -5x+14$ $\Leftrightarrow -4x+8=-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad \mid :(-2)$ $\Leftrightarrow 2x-4=\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow 4x^2-16x+16=4x^2-14x \quad \mid -4x^2$ $\Leftrightarrow -16x+16=-14x \quad \mid +16x$ $\Leftrightarrow 16=2x$ $\Leftrightarrow x=8$ Probe: $\sqrt{8-6}=\sqrt{8}-\sqrt{4\cdot 8-14}$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}=\sqrt{8}-\sqrt{18}$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}=\sqrt{2\cdot 4}-\sqrt{2\cdot 9}$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot 2-\sqrt{2}\cdot 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}=-\sqrt{2}$ Nicht ok, $\boldsymbol{L=\{\}}$

<u>Aufgabe 7:</u> Vereinfache so weit wie möglich

a) $2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = \mathbf{256}$

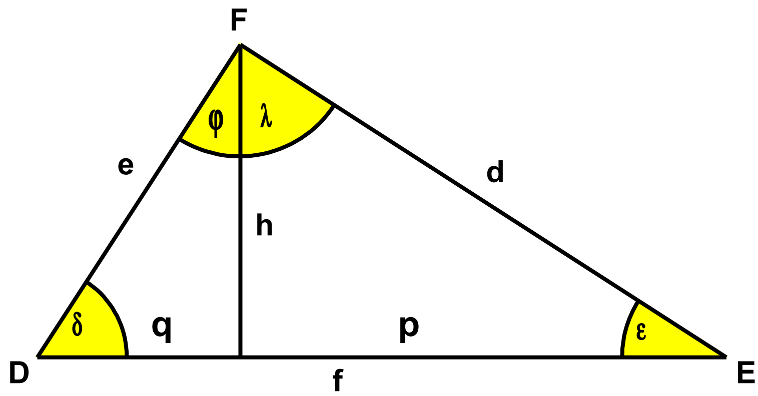
b) $\log_a(3) + \log_a\left(\frac{1}{3}\right) = \log_a(3) + \log_a(3^{-1}) = \log_a(3) + (-1 \cdot \log_a(3)) = \log_a(3) - \log_a(3) = \mathbf{0}$

<u>Aufgabe 8:</u> Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck DEF mit der Hypotenuse f, den Katheten d und e, der Höhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q.

a) $e = 5\,cm\,;\, d = 8\,cm.$ Berechne φ.

b) $q = 4\,cm\,;\, \lambda = 30°.$ Berechne *e*.

c) $d = 30\,cm\,;\, \delta = 40°.$ Berechne *h*.



a) $e = 4\,cm\,;\, d = 8\,cm.$ Berechne φ. $\tan(\delta) = \frac{d}{e} = \frac{8\,cm}{5\,cm} = \frac{8}{5}$ $\Rightarrow \delta \approx 58{,}00°$ $\boldsymbol{\phi} = 90° - \delta \approx \mathbf{32°}$	**b)** $q = 4\,cm\,;\, \lambda = 30°.$ Berechne *e*. $\phi = 90° - \lambda = 60°$ $\sin(\phi) = \frac{q}{e}$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{e} = \frac{q}{\sin(\phi)} = \frac{4\,cm}{\sin(60°)}$ $= \frac{4\,cm}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8\,cm}{\sqrt{3}} \approx \mathbf{4{,}62\,cm}$	$d = 30\,cm\,;\, \delta = 40°.$ Berechne *h*. $\tan(\delta) = \frac{d}{e}$ $\Leftrightarrow e = \frac{d}{\tan(\delta)}$ $= \frac{30\,cm}{\tan(40°)} \approx 35{,}7526\,cm$ $\sin(\delta) = \frac{h}{e}$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{h} = e \cdot \sin(\delta)$ $\approx 35{,}7526\,cm \cdot \sin(40°)$ $= \mathbf{22{,}98\,cm}$