Mathematik Klasse 9a, AB 02 – LGS 01 04.03.2013

Aufgabe 1:

Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme.

a) I. $3x+4y-z=23{,}5$ | ·2 II. $\frac{1}{2}x-2y+2z=-3$ | Ia. + II III. $5x-6y-7z=-1{,}5$ | ·2 Ia. $6x+8y-2z=47$ IIa. $6{,}5x+6y=44$ II. $\frac{1}{2}x-2y+2z=-3$ | ·7 IIb. $3{,}5x-14y+14z=-21$ IIIa. | $10x-12y-14z=-3$ IIb + IIIa IIIb. $13{,}5x-26y=-24$ | · 3	IIa. $6{,}5x+6y=44$ | · 13 IIIb. $40{,}5x-78y=-72$ | IIa. $84{,}5x+78y=572$ | IIIb. + IIa IIc. $125x=500$ | : 125 $\Leftrightarrow x=4$ Setze x = 4 in IIa ein: $6{,}5\cdot 4+6y=44$ | - 26 $\Leftrightarrow 6y=18$ $\Leftrightarrow y=3$ Setze x = 4 und y = 3 in II. ein: $0{,}5\cdot 4-2\cdot 3+2z=-3$ | + 4 $\Leftrightarrow 2z=1$ $\Leftrightarrow z=0{,}5$ Also: **x = 4; y = 3; z = 0,5**

b) I. $4x+5y-z=20{,}5$ II. $\frac{1}{2}x-y+2z=6$ | ·6 III. $3x-6y-9z=-6$ | III. - IIb. IIb. $3x-6y+12z=36$ IIIa. $-21z=-42$ | : (-21) $\Leftrightarrow \mathbf{z=2}$ II. $\frac{1}{2}x-y+2z=6$ | ·5 IIc. $2{,}5x-5y+10z=30$ | I + IIc	IId. $6{,}5x+9z=50{,}5$ | I + IIc Setze z = 2 in IId. ein: $6{,}5x+9\cdot 2=50{,}5$ | - 18 $\Leftrightarrow 6{,}5x=52{,}5$ | : 6,5 $\Leftrightarrow \mathbf{x=5}$ Setze x = 5 und z = 2 in I ein: $4\cdot 5+5y-2=20{,}5$ | -18 $\Leftrightarrow 5y=2{,}5$ $\Leftrightarrow \mathbf{y=0{,}5}$ Also: **x = 5; y = 0,5; z = 2**

Aufgabe 2: (3er-System)

Bei den olympischen Spielen 2008 in Peking haben China, die USA und Deutschland zusammen 103 Goldmedaillen gewonnen. Dabei haben die USA 20 Goldmedaillen mehr als Deutschland gewonnen. China hat eine Goldmedaille weniger als die USA und Deutschland zusammen.
Wie viele Goldmedaillen haben jeweils China, die USA und Deutschland gewonnen?

x = Anzahl Goldmedaillen China, y = USA, z = Deutschland

I. $x+y+z=103$ | II und IIIb einsetzen

II. $y=z+20$

III. $x+1=y+z$ | II einsetzen

IIIa. $x+1=(z+20)+z$ | - 1

IIIb. $x=2z-19$

Ia. $(2z+19)+(z+20)+z=103$

$\Leftrightarrow 4z+39=103$

$\Leftrightarrow 4y=64$

$\Leftrightarrow \mathbf{z=16}$

Setze z = 16 in II ein:

$y=16+20=\mathbf{36}$

Setze y = 36 und z = 16 in III ein:

$x+1=16+36 \Leftrightarrow x=52-1 \Leftrightarrow \mathbf{x=51}$

A: China hat 51, die USA 36, und Deutschland 16 Goldmedaillen gewonnen.

<u>**Aufgabe 4:**</u> (einfaches 4er-System)

Herr Schusslich vergisst gerne die PIN seiner EC-Karte. Daher steckt folgender Spickzettel in seiner Brieftasche:

Die Summe der Ziffern meiner PIN ergibt 10.
Die vierte Ziffer ist doppelt so groß wie die zweite Ziffer.
Das vierfache der dritten Ziffer ist so groß wie das zweifache der Summe aus der zweiten und vierten Ziffer.
Die erste plus die vierte Ziffer ist genauso groß wie die Summe der beiden anderen Ziffern.

Wie lautet die PIN von Herrn Schusslich? Löse mit Hilfe eines LGS.

x_1: erste Ziffer; x_2: zweite Ziffer x_3: dritte Ziffer; x_4: vierte Ziffer I. $x_1+x_2+x_3+x_4=10$ II. $x_4=2x_2$ | $-2x_2$ III. $4x_3=2(x_2+x_4)$ | $-2x_2-2x_4$ IV. $x_1+x_4=x_2+x_3$ | x_2-x_3 Lösung: 1234	Bemerkung: Rechnung fehlt, allerdings wird in der Arbeit auch kein 4er-System ausgerechnet.

A: Die PIN lautet 1234

Aufgabe 5: (einfaches 5er-System)

Gesucht sind fünf Zahlen. Als Summe der fünf Zahlen erhält man 16. Das Negative des vierfachen der dritten Zahl ist um 4 kleiner als die Summe der anderen Zahlen zusammen. Die Summe der vierten und der fünften Zahl ist genauso groß wie die zweite Zahl. Ein Fünftel der ersten Zahl ist ist genauso groß wie das Negative der Summe der anderen Zahlen. Das Zehnfache der fünften Zahl ist um 1 kleiner als die dritte Zahl.

Gesuchte Zahlen: x_1 bis x_5

I.	$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=16$
II.	$-4x_3=x_1+x_2+x_4+x_5-4$
III.	$x_4+x_5=x_2$
IV.	$0{,}2x_1=-(x_2+x_3+x_4+x_5)$
V.	$10x_5=x_3-1$

Nach Umsortieren erhält man:

I.	$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=16$	| I.-IVa.
IIa.	$-x_1-x_2-4x_3-x_4-x_5=-4$	| I.+IIa.
IIIa.	$-x_2+x_4+x_5=0$	| IIIa.+IVa.
IVa.	$0{,}2x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0$	
Va.	$-x_3+10x_5=-1$	

Ia.	$0{,}8x_1=16$	| : 0,8
	$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_1=20}$	
IIb.	$-3x_3=12$	| :(-3)
	$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_3=-4}$	

Setze $x_3=-4$ in Va. ein:

Va.	$-(-4)+10x_5=-1$	| -4
	$\Leftrightarrow 10x_5=-5$	| :10
	$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_5=-0{,}5}$	

IIIb.	$0{,}2x_1+x_3+2x_4+2x_5=0$	| Setze x_1, x_3 und x_5 ein
	$\Leftrightarrow 0{,}2\cdot 20+(-4)+2x_4+2\cdot(-0{,}5)=0$	| $-2x_4$
	$\Leftrightarrow 4+(-4)-1=-2x_4$	| :(-2)
	$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_4=0{,}5}$	

Setze x_1, x_3, x_4 und x_5 in I. ein:

I.	$20+x_2+(-4)+0{,}5+(-0{,}5)=16$	| T
	$\Leftrightarrow 16+x_2=16$	| -16
	$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_2=0}$	

A: Die gesuchten Zahlen sind $\mathbf{20, 0, -4, \frac{1}{2}}$ und $\mathbf{\frac{1}{2}}$.