Mathematik Klasse 9b, 5. KA – Quadr. Funktionen und Gleichungen – Lösung B 29.05.2012

Rechenaufgaben jeweils ins Heft übertragen. Alle Rechenschritte angeben. Bei Textaufgaben sind Antwortsätze zu schreiben. Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner.

<u>Aufgabe 1:</u> Löse die folgende quadratischen Gleichungen mit Hilfe der quadratischen Ergänzung.

a) $x^2+4x-5=0 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x^2+4x+4-4-5=0 \quad \mid T;+9$ $\Leftrightarrow (x+2)^2=9 \quad \mid \sqrt{}$ $\Leftrightarrow x_{1/2}+2=\pm 3 \quad \mid -2$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_1=1} \quad \Rightarrow \boldsymbol{x_2=-5}$	**b)** $-2x=-4x^2+7 \quad \mid +4x^2$ $\Leftrightarrow 4x^2-2x=7 \quad \mid :4$ $\Leftrightarrow x^2-\frac{1}{2}x=\frac{7}{4} \quad \mid +\frac{1}{16}$ $\Leftrightarrow x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=\frac{29}{4} \quad \mid T$ $\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{29}{4} \quad \mid \sqrt{}$ $\Leftrightarrow x_{1/2}-\frac{1}{4}=\pm\frac{\sqrt{29}}{2} \quad \mid +\frac{1}{4}$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_1=-\frac{\sqrt{29}}{4}+\frac{1}{4}} \approx -1{,}10$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_2=\frac{\sqrt{29}}{4}+\frac{1}{4}} \approx 1{,}60$

<u>Aufgabe 2:</u> Berechne zuerst mit Hilfe der Diskriminanten die Anzahl der Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen. Falls es Lösungen gibt, bestimme im Anschluss die Lösungsmenge mit Hilfe der „p-q-Formel".

a) $-x^2-5x=+4 \quad \mid \cdot(-1)$ $\Leftrightarrow x^2+5x=-4 \quad \mid +4$ $\Leftrightarrow x^2+5x+4=0$ $D=\left(\frac{-5}{2}\right)^2-4=6{,}25-4>0 \quad \Rightarrow$ **2 Lösungen!** $x_{1/2}=-\frac{5}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2-4}=\frac{3}{2}\pm\sqrt{6{,}25-4}$ $=-\frac{5}{2}\pm\sqrt{2{,}25}=-\frac{5}{2}\pm\frac{3}{2}$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_1=-4} \quad \Rightarrow \boldsymbol{x_2=-1}$	**b)** $x^2+6x+10=0$ $D=\left(\frac{6}{2}\right)^2-10=9-10<0 \quad \Rightarrow$ **keine Lösungen!**

<u>Aufgabe 3:</u> Berechne die Schnittpunkte der folgenden quadratischen Funktion mit den Achsen des Koordinatensystems.

1 $f(x)=-\frac{1}{4}x^2-2x-3$. Schnittpunkt mit y-Achse: $x=0$ setzen $f(0)=-3 \quad \Rightarrow \boldsymbol{S_x(0|-3)}$

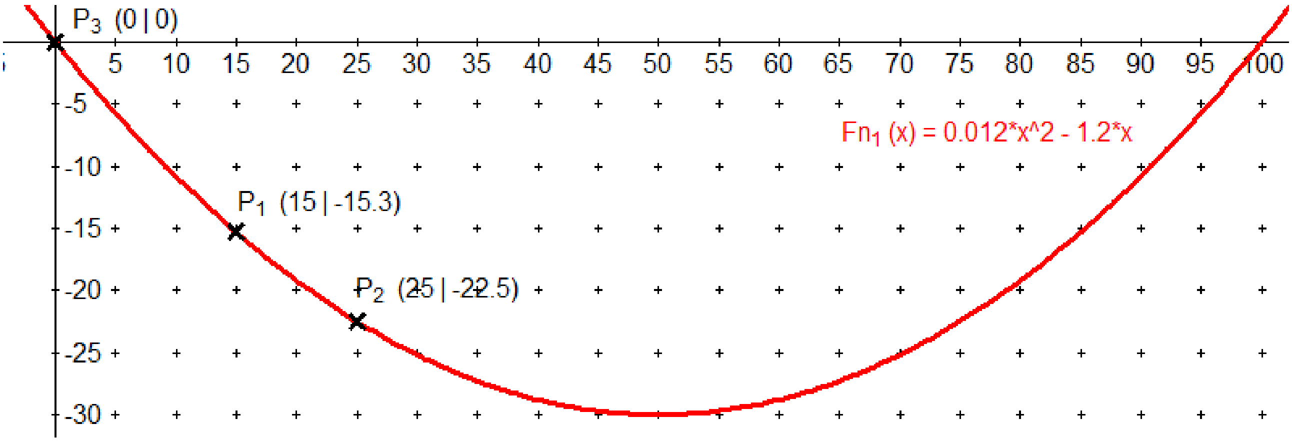
2. Schnittpunkt mit x-Achse: $y=0$ setzen.

$0=-\frac{1}{4}x^2-2x-3 \quad \mid :\left(-\frac{1}{4}\right)$ $\Leftrightarrow 0=x^2+8x+12$	$\Rightarrow x_{1/2}=-4\pm\sqrt{16-12}=-4\pm\sqrt{4}=-4\pm 2$ $\Rightarrow x_1=-6;\, x_2=-2$ $\Rightarrow \boldsymbol{S_{x1}(-6|0)\ ;\ S_{x2}(-2|0)}$

<u>Aufgabe 4:</u> Das Radioteleskop in Effelsberg ist das größte bewegliche Radioteleskop der Welt. Die „Schüssel“ sieht im Querschnitt wie eine Parabel aus. 15 Meter vom Rand entfernt ist sie 15,3 m tief. 25 Meter vom Rand entfernt ist sie 22,5 m tief.

Berechne den Durchmesser der Satellitenschlüssel.

Lege Koordinatensystem und damit die drei Punkte fest:



$A(0|0);\ B(15|-15{,}3);\ C(25|-22{,}5)$ Einsetzen:

$I.\quad 0=a\cdot 0^2+b\cdot 0+c$
$II.\quad -15{,}3=a\cdot 15^2+b\cdot 15+c$
$III.\quad -22{,}5=a\cdot 25^2+b\cdot 25+c$

$I.\quad 0=c$
$II.\quad -15{,}3=225a+15b \quad |\ :3$
$III.\quad -22{,}5=625a+25b \quad |\ :5$

$II.\quad -5{,}1=75a+5b$
$III.\quad -4{,}5=125a+5b \quad |\ III.-II.$

$IIIa.\quad 0{,}6=50a \quad |\ :(50)$
$IIIa.\quad \Leftrightarrow a=0{,}012$

Setze $a=0{,}012$ in II. ein:
$II.\quad -15{,}3=225\cdot 0{,}012+15b \quad |\ -2{,}7$
$II.\quad -15{,}3=2{,}7+15b \quad |\ -2{,}7$
$\Leftrightarrow\ -18=15b \quad |\ :15$
$\Leftrightarrow\ b=-1{,}2$

Also $f(x)=0{,}012x^2-1{,}2x$

NST: $0=\frac{3}{250}x^2-\frac{6}{5}x \quad |\ \cdot\frac{250}{3}$
$\Leftrightarrow 0=x^2-\frac{1500}{15}x$
$\Leftrightarrow 0=x^2-100x$
$\Leftrightarrow 0=x\cdot(x-100)$

Damit $x_1=0\ ;\ x_2=100$

A: Die Schüssel hat einen Durchmesser von 100 m.

Mathematik Klasse 9b, 5. KA – Quadr. Funktionen und Gleichungen – Lösung B 29.05.2012

<u>Aufgabe 5:</u> Ein Zug fährt mit der gleichmäßigen Geschwindigkeit von 50 Meter pro Sekunde an einem stehenden Sportwagen vorbei. Straße und Zuggleise verlaufen parallel. Der Autofahrer beschleunigt nun sein Auto. Die zurückgelegte Strecke des Autos, gemessen ab Start der Beschleunigung, kann mit der Funktionb $s(t)=3\frac{m}{s^2}\cdot t^2$ erechnet werden. ($\frac{m}{s^2}$ ist die Einheit für die Beschleunigung, *t* ist die vergangene Zeit seit Start in Sekunden)

a) Stelle die Funktion für den Zug auf.

Zuordnung: *Zeit in Sekunden seit Start des Autos → zurückgelegte Strecke Zug gemessen ab Startort*

$$g(t)=50\cdot t$$

b) Berechne, wann der Sportwagen den Zug überholt.

Gesucht ist der x-Wert des Schnittpunktes. Gleichsetzen:

$50\cdot t=3\cdot t^2 \quad | \ :3$

$\Leftrightarrow \frac{50}{3}t=t^2 \quad | \ -\frac{50}{3}t$ An dieser Stelle darf man nicht durch t teilen, da $t=0$ eine Lösung ist!

$\Leftrightarrow 0=t^2-\frac{50}{3}t \quad | \ T$

$\Leftrightarrow 0=t\cdot\left(t-\frac{50}{3}\right)$

Die eine Lösung ist $t_1=0$ (der Startpunkt) die andere Lösung $t_2=\frac{50}{3}=16,\overline{6}.$

A: Der Sportwagen überholt den Zug nach 16,7 Sekunden.