Mathematik Klasse 9b, 4. Klassenarbeit – Wurzeln und Pythagoras – Lösung A 13.02.2012

<u>Aufgabe 1:</u> Forme die Terme so um, dass im Nenner keine Wurzeln mehr auftreten und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{a}{3\sqrt{a}}=\frac{a\sqrt{a}}{3\sqrt{a}\sqrt{a}}=\frac{a\sqrt{a}}{3a}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{a}}{3}}$ **b)** $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}\cdot(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}=\boldsymbol{\frac{x-\sqrt{x}}{x-1}}$

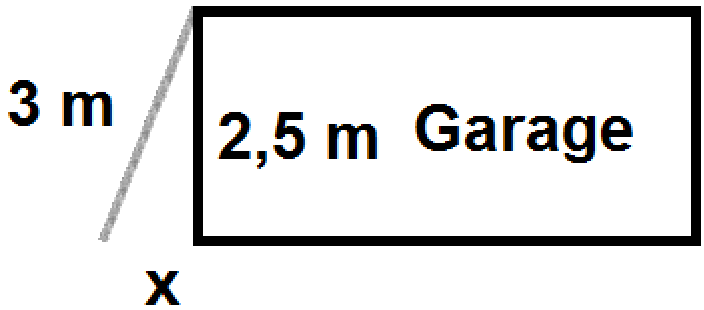
c) $\frac{b-c}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\frac{(b-c)\cdot(\sqrt{b}-\sqrt{c})}{(\sqrt{b}+\sqrt{c})\cdot(\sqrt{b}-\sqrt{c})}=\frac{(b-c)\cdot(\sqrt{b}-\sqrt{c})}{b-c}=\boldsymbol{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$

<u>Aufgabe 2:</u> Löse die folgenden Wurzelgleichungen

a) $\sqrt{x^2+5}=x+1 \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow x^2+5=x^2+2x+1 \mid -x^2-2x-5$ $\Leftrightarrow -2x=-4 \quad \mid :(-2)$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{x=2}$ Probe: $\sqrt{2^2+5}=2+1$ $\Leftrightarrow \sqrt{9}=3$ o.k.	**b)** $-\sqrt{x}+\sqrt{4x-14}=-\sqrt{x-6} \quad \mid +\sqrt{x}-\sqrt{4x-14}+\sqrt{x-6}$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-6}=\sqrt{x}-\sqrt{4x-14} \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow x-6=x-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}+4x-14 \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x-6=5x-14-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad \mid -5x+14$ $\Leftrightarrow -4x+8=-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad \mid :(-2)$ $\Leftrightarrow 2x-4=\sqrt{x}\sqrt{4x-14} \quad \mid {}^2$ $\Rightarrow 4x^2-16x+16=4x^2-14x \quad \mid -4x^2$ $\Leftrightarrow -16x+16=-14x \quad \mid +14x-16$ $\Leftrightarrow -2x=-16 \quad \mid :(-2)$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{x=8}$ Probe: $\sqrt{8-6}=\sqrt{8}-\sqrt{4\cdot 8-14}$ $\sqrt{2}=\sqrt{8}-\sqrt{18}$ $\sqrt{2}=\sqrt{2\cdot 4}-\sqrt{2\cdot 9}$ $\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot 2-\sqrt{2}\cdot 3$ $\sqrt{2}=-\sqrt{2}$ Nicht o.k., $\boldsymbol{L=\{\}}$

<u>Aufgabe 3:</u> Herr Benz will das Dach seiner Garage abdichten. Dazu muss er auf die Garage. Die Garage ist 2,5 m hoch, seine Leiter ist 3 m lang. Er lehnt sie so an, dass das Ende der Leiter genau mit der Dachkante abschließt. Berechne den Abstand der Leiter unten von der Garagenwand.

$x^2+(2{,}5\,m)^2=(3\,m)^2$
$\Rightarrow x=\sqrt{(3\,m)^2-(2{,}5\,m)^2}$
$\Leftrightarrow x=\sqrt{9\,m^2-6{,}25\,m^2}$
$\Leftrightarrow x=\sqrt{2{,}75\,m^2}$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=1{,}66\,m}$



A: Die Leiter steht unten 1,66 m von der Garagenwand entfernt.

<u>Aufgabe 4:</u>

Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck EFG mit der Hypotenuse g und den Hypotenusenabschnitten y und x.

Berechne alle fehlenden Strecken (also f, g, x und y), wenn
$e=8\,cm$ und $h=4\,cm.$

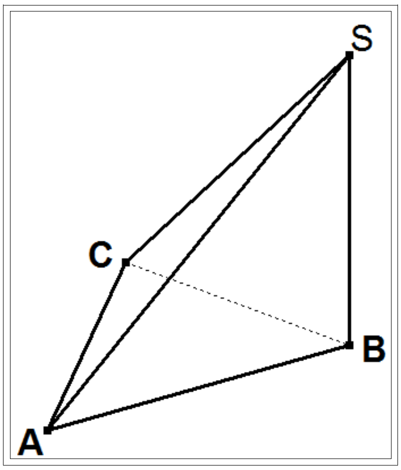
$$x^2+h^2=e^2 \Leftrightarrow \boldsymbol{x}=\sqrt{e^2-h^2}=\sqrt{(8\,cm)^2-(4\,cm)^2}=\sqrt{64\,cm^2-16\,cm^2}=\sqrt{48\,cm^2}\approx \mathbf{6{,}93\,cm}$$

$$e^2=g\cdot x \Leftrightarrow \boldsymbol{g}=\frac{e^2}{x}=\frac{(8\,cm)^2}{\sqrt{48}\,cm}=\frac{64\,cm^2}{\sqrt{48}\,cm}\approx \mathbf{9{,}24\,cm}$$

$$e^2+f^2=g^2 \Leftrightarrow \boldsymbol{f}=\sqrt{g^2-e^2}=\sqrt{\frac{64^2}{48}cm^2-64\,cm^2}=\sqrt{\frac{64}{3}cm^2}=\frac{8}{\sqrt{3}}\,cm\approx \mathbf{4{,}62\,cm}$$

$$\boldsymbol{y}=g-x=\frac{64}{\sqrt{48}}cm-\sqrt{48}\,cm\approx \mathbf{2{,}31\,cm}$$

<u>Aufgabe 5:</u> Rechts ist eine unregelmäßige Pyramide abgebildet. Die Grundfläche ist ein gleichseitiges Dreieck und die Spitze liegt senkrecht über einem der Eckpunkte der Grundfläche.



Hinweis: Die folgenden Teilaufgaben behandeln unterschiedliche Pyramiden!

a) Die Grundfläche hat den Flächeninhalt $A_G=9\cdot\sqrt{3}\,cm^2$ (ca. 15,59 cm²). Die Pyramide ist so hoch wie eine Seite der Grundfläche. Berechne die Länge der Strecke $\overline{AS}$.

Sei a die Länge der Grundseite des gleichseitigen Dreiecks.

$$A=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Leftrightarrow \overline{AB}=a=\sqrt{\frac{A\cdot 4}{\sqrt{3}}}=\sqrt{9\cdot\sqrt{3}\,cm^2\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}}=\sqrt{36\,cm^2}=6\,cm$$

$$\overline{AB}^2+\overline{SB}^2=\overline{AS}^2 \Leftrightarrow a^2+a^2=\overline{AS}^2 \Rightarrow \boldsymbol{\overline{AS}}=\sqrt{2\,a^2}=\sqrt{2}\cdot a=\sqrt{2}\cdot 6\,cm\approx \mathbf{8{,}49\,cm}$$

b) Die Strecke $\overline{AB}$ ist 4 cm lang. Die Höhe $\overline{BS}$ ist 5 cm lang. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ASC.

Das Dreieck ASC muss gleichschenklig sein, weil das Dreieck ABC gleichseitig ist.

$$\overline{AS}^2=\overline{AB}^2+\overline{BS}^2 \Leftrightarrow \overline{AS}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BS}^2}=\sqrt{(4\,cm)^2+(5\,cm)^2}=\sqrt{16\,cm^2+25\,cm^2}=\sqrt{41\,cm^2}\approx 6{,}40\,cm$$

Sei h die Höhe von AC im Dreieck ASC.

$$\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2+h^2=\overline{AS}^2 \Leftrightarrow h^2=\overline{AS}^2-\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow h=\sqrt{\overline{AS}^2-\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2}=\sqrt{41\,cm^2-\left(\frac{4\,cm}{2}\right)^2}=\sqrt{37\,cm^2}\approx 6{,}08\,cm$$

$$\boldsymbol{A}=\frac{1}{2}\overline{AC}\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 4\,cm\cdot\sqrt{37}\,cm\approx \mathbf{12{,}17\,cm^2}$$