Mathematik Klasse 9b, 2. Klassenarbeit – LGS – Lösung A **24.10.2011**

Rechenaufgaben jeweils ins Heft übertragen. Alle Rechenschritte angeben. Bei Textaufgaben sind Antwortsätze zu schreiben. Erlaubte Hilfsmittel: Geodreieck.

Aufgabe 1: Berechne die Schnittpunkte der folgenden Funktionen

a) $f(x)=x+8$ und $g(x)=2x+4$

$$f(x_s)=g(x_s)$$
$$x_s+8=2x_s+4 \quad | -2x_s-8$$
$$\Leftrightarrow -x_s=-4 \quad | \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow x_s=4$$

$$y_s=f(x_s)=f(4)=4+8=12$$

Schnittpunkt $\boldsymbol{S(4|12)}$

b) $f(x)=-\frac{1}{4}x+2$ und $g(x)=-\frac{1}{2}x-2$

$$f(x_s)=g(x_s)$$
$$-\frac{1}{4}x_s+2=-\frac{1}{2}x_s-2 \quad | +\frac{1}{2}x_s-2$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x_s=-4 \quad | \cdot 4$$
$$\Leftrightarrow x_s=-16 \quad | \cdot 4$$

$$y_s=f(x_s)=f(-16)=-\frac{1}{4}\cdot(-16)+2=4+2=6$$

Schnittpunkt $\boldsymbol{S(-16|6)}$

c) $f(x)=x^2-\frac{3}{7}x+\frac{10}{7}$ und $g(x)=x^2+\frac{1}{16}x+\frac{15}{16}$

$$f(x_s)=g(x_s)$$

$$x_s^2-\frac{3}{7}x_s+\frac{10}{7}=x_s^2+\frac{1}{16}x_s+\frac{15}{16} \quad | -x_s^2$$
$$\Leftrightarrow -\frac{3}{7}x_s+\frac{10}{7}=\frac{1}{16}x_s+\frac{15}{16} \quad | -\frac{10}{7}-\frac{1}{16}x_s$$
$$\Leftrightarrow -\frac{3}{7}x_s-\frac{1}{16}x_s=\frac{15}{16}-\frac{10}{7} \quad | T$$
$$\Leftrightarrow -\frac{48}{112}x_s+\frac{7}{112}x_s=\frac{105}{112}-\frac{160}{112} \quad | T$$
$$\Leftrightarrow -\frac{55}{112}x_s=-\frac{55}{112} \quad | \cdot\left(-\frac{112}{55}\right)$$
$$\Leftrightarrow x_s=1$$

$$y_s=f(x_s)=f(1)=1^2-\frac{3}{7}\cdot 1+\frac{10}{7}$$
$$=\frac{7}{7}-\frac{3}{7}+\frac{10}{7}=\frac{14}{7}=2$$

Schnittpunkt $\boldsymbol{S(1|2)}$

Aufgabe 2: Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x)=-\frac{3}{4}x+6$ und $g(x)=\frac{8}{6}x+\frac{8}{3}$

a) Berechne die Nullstellen von *f(x)* und *g(x)*.

$f(x)$: $0=-\frac{3}{4}x_n+6 \quad | -6$
$$\Leftrightarrow -6=-\frac{3}{4}x_n+6 \quad | \cdot\left(-\frac{4}{3}\right)$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{8=x_n}$$

$f(x)$: $0=\frac{8}{6}x_n+\frac{8}{3} \quad | \cdot 3$
$$\Leftrightarrow 0=4x_n+8 \quad | -8$$
$$\Leftrightarrow -8=4x_n \quad | :4$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{-2=x_n}$$

b) Zeige mit einer Rechnung, dass *f(x)* und *g(x)* senkrecht aufeinander stehen.

Für zueinander senkrechte Geraden gilt: $m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \Leftrightarrow \quad m_1 = -\frac{1}{m_2}$

Prüfen durch Einsetzen: $-\frac{3}{4} = -\frac{8}{6} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{3}{4} = -\frac{4}{3}$ Die Gleichung ist wahr, also stehen die Geraden senkrecht aufeinander.

c) Konstruiere ein lineares Gleichungssystem, dass die Koordinaten des Schnittpunkts von *f(x)* und *g(x)* als Lösung hat.

Es gibt unendlich viele Lösungen, aber das einfachste LGS ist:

I. $y = -\frac{3}{4}x + 6$

II. $y = \frac{8}{6}x_n + \frac{8}{3}$

__Aufgabe 3:__ Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

a)

I. $2x + 3y = 40 \quad | -2x$

II. $5x + 3y = 55 \quad | -5x$

Ia. $3y = 40 - 2x$

IIa. $3y = 55 - 5x$

Setze Ia und IIa gleich:

$40 - 2x = 55 - 5x \quad | +5x - 40$

$\Leftrightarrow 3x = 15 \quad | :3$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x = 5}$

Setze $x = 5$ in I. ein:

$2 \cdot 5 + 3y = 40 \quad | -10$

$\Leftrightarrow 3y = 30 \quad | :3$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{y = 10}$

$\boldsymbol{x = 5 \;\; ; \;\; y = 10}$

b)

I. $3x + y = 21$

II. $\frac{7}{3}x + \frac{1}{3}y = \frac{37}{3} \quad | \cdot 3$

I. $3x + y = 21 \quad | -3x$

IIa. $\frac{7}{3}x + \frac{1}{3}y = \frac{37}{3} \quad | \cdot 3$

Ia. $y = 21 - 3x$

IIb. $y = 37 - 7x$

Setze Ia und IIb gleich:

$21 - 3x = 37 - 7x \quad | +7x - 21$

$\Leftrightarrow 4x = 16 \quad | :4$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x = 4}$

Setze $x = 4$ in I. ein:

$3 \cdot 4 + y = 21 \quad | -12$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{y = 9}$

$\boldsymbol{x = 4 \;\; ; \;\; y = 9}$

Mathematik Klasse 9b, 2. Klassenarbeit – LGS – Lösung A **24.10.2011**

Aufgabe 4: Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Additionsverfahrens. (Es darf natürlich auch subtrahiert werden).

a)

I. $8y=22+x \quad | -x$

II. $5x=-20+4y \quad | -4y$

Ia. $-x+8y=22$

IIa. $5x-4y=-20 \quad | \cdot 2$

Ia. $-x+8y=22 \quad | \ Ia+IIb$

IIb. $10x-8y=-40$

$9x=-18 \quad | :9$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=-2}$

Setze $x=-2$ in I. ein:

$8y=22+(-2) \quad | :8$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{y=2{,}5}$

$\boldsymbol{x=-2 \ ; \ y=2{,}5}$

b)

I. $2x+3y=17$

II. $\frac{1}{2}x+\frac{15}{4}y=\frac{29}{4} \quad | \cdot 4$

I. $2x+3y=17$

IIa. $2x+15y=29 \quad | \ IIa-I$

$12y=12 \quad | :12$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{y=1}$

Setze $y=1$ in I. ein:

$2x+3\cdot 1=17 \quad | -3$

$\Leftrightarrow 2x=14 \quad | :2$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=7}$

$\boldsymbol{x=7 \ ; \ y=1}$

Aufgabe 5: Schäfer Paul hat weiße und schwarze Schafe. Die Hälfte der schwarzen Schafe plus ein Drittel der weißen Schafe ergibt 13. Der achtfache der schwarzen Schafe ist um eins kleiner als die Anzahl der weißen Schafe.

Stelle ein lineares Gleichungssystem auf und berechne die Anzahl der weißen und schwarzen Schafe von Schäfer Paul.

x: schwarze Schafe ; y: weiße Schafe
(umgekehrt funktioniert es natürlich auch)

I. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=13 \quad | \cdot 3$

II. $8x+1=y \quad | -y-1$

Ia. $\frac{3}{2}x+y=39$

IIa. $8x-y=-1 \quad | \ IIa+Ia$

$\frac{19}{2}x=38 \quad | \cdot\frac{2}{19}$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=4}$

Setze $x=4$ in II ein:

$8\cdot 4+1=y \quad | \ T$

$\boldsymbol{33=y} \quad | \ T$

A: Schäfer Paul hat 33 weiße und 4 schwarze Schafe.