Mathematik Klasse 9b, 1. Klassenarbeit – Lineare Funktionen – Lösung A **05.09.2011**

<u>Aufgabe 1:</u> Gegeben ist jeweils die lineare Funktion f mit der Steigung m und dem y-Achsen-abschnitt $n.$ Die Punkte P_1 und P_2 liegen jeweils auf dem Graphen von f.

a) $m=-2\,;n=2.$ Berechne den Funktionswert an der Stelle $x_1=-12.$

$f(x)=-2x+2\;\;;\;\;\boldsymbol{f(-12)}=-2\cdot(-12)+2=24+2=\mathbf{26}$

b) $P_1(7|-17)\;;\;P_2(-5|-41).$ Stelle die Funktionsgleichung von f auf.

$m=\frac{-41-(-17)}{-5-7}=\frac{-24}{-12}=2$ P_1 einsetzen in $f(x)=mx+n$:

$-17=2\cdot 7+n\;\;|-14$
$\Leftrightarrow -31=n$ Also ist $\boldsymbol{f(x)=2x-31}$

c) $P_1\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{3}{4}\right)\;;\;m=4.$ Stelle die Funktionsgleichung von f auf. P_1 einsetzen:

$-\frac{3}{4}=4\cdot\frac{1}{2}+n\;\;|\;-2$
$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}-\frac{8}{2}=n\;\Leftrightarrow\;-\frac{11}{4}=n$ Also ist $\boldsymbol{f(x)=4x-\frac{11}{4}}$

d) $f(x)=3x-10\;;\;P_1(3|y_1)\;;\;P_2(x_2|-12).$ Berechne die fehlenden Koordinaten von P_1 und P_2.

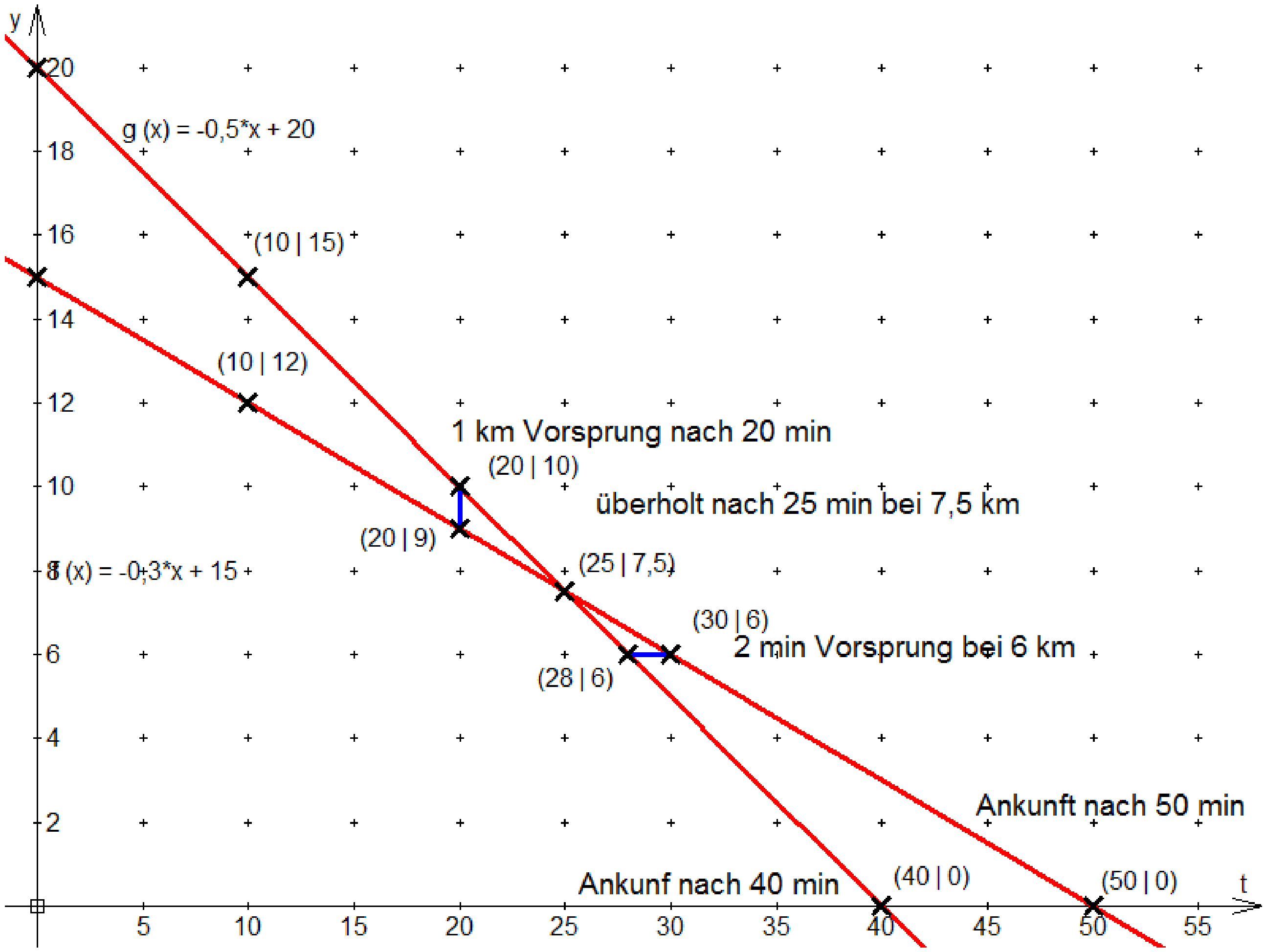
P_1 einsetzen: $\boldsymbol{y_1}=3\cdot 3-10=9-10=\mathbf{-1}$
P_2 einsetzen: $-12=3\cdot x_2-10\;\;|\;+10$
$-2=3\cdot x_2\;\;|\;:3$
$\boldsymbol{-\frac{2}{3}=x_2}$

e) Die Funktion $g(x)$ verläuft parallel zu der Funktion $f(x)=1{,}5x+2$ durch den Punkt $P_3(6|7).$ Stelle die Funktionsgleichung von g auf.

Wenn die Funktionen parallel sind, müssen sie die gleiche Steigung haben. Also $g(x)=1{,}5x+n$
P_3 einsetzen: $7=1{,}5\cdot 6+n\;\;|\;-9$
$\Leftrightarrow -2=n$ Also ist $\boldsymbol{g(x)=1{,}5x-2}$

<u>Aufgabe 2:</u> Tour de France. Ein Ausreißer fährt alleine vorn. Wir nehmen an, dass alle Fahrer mit konstanter Geschwindigkeit fahren. Jetzt folgt der berühmte Berganstieg nach L'Alpe d'Huez. Die Strecke ist 15 km lang.
Zu Beginn der Steigung hat der Ausreißer 5 km Vorsprung vor dem Feld. Nach 10 min ist der Ausreißer noch 12 km vom Ziel entfernt und das Feld ist gerade am Beginn der Steigung.

a) Zeichne zwei Funktionsgraphen in Koordinatensystem, welche jeweils die Entfernung (in km) des Ausreißers bzw. des Feldes bis zur Zielankunft in L'Alpe d'Huez in Abhängigkeit von der Zeit (in min) wiedergeben. (Funktion $f(t)$: Ausreißer; Funktion $g(x)$: Feld) (Tipp: Die x-Achse bis 60 min; y-Achse bis 20 km.)



b) Markiere im Graphen und lies ab: Nach wie viel Minuten erreichen der Ausreißer und das Feld das Ziel? Schreibe die Antworten ins Heft).

A: Der Ausreißer erreicht nach 50 min das Ziel und das Feld ist bereits nach 40 min am Ziel.

c) Markiere im Graphen und lies ab: Nach wie viel Minuten wird der Ausreißer überholt? Wie viel Kilometer sind es dort noch bis zum Ziel? Schreibe die Antworten ins Heft.

A: Er wird nach 25 min überholt. Da sind es noch 7,5 km bis zum Ziel.

d) Markiere im Graphen und lies ab: Wie viele Kilometer Vorsprung hat der Ausreißer nach 20 min? Schreibe die Antwort ins Heft.

A: Er hat noch 1 km Vorsprung.

e) Markiere im Graphen und lies ab: Wie viele Minuten Vorsprung hat das Feld vor dem (ehemaligen) Ausreißer, wenn es noch 6 km vom Ziel entfernt ist? Schreibe die Antwort ins Heft.

A: Das Feld hat 2 min Vorsprung.

f) Stelle die Funktionsgleichungen für die Funktionen $f(t)$ und $g(t)$ auf.

Ausreißer: Zu Beginn (t = 0) sind es noch 15 km. Also $f(0)=15.$ Somit ist auch $n=15.$

Nach 10 min ist er noch 12 km vom Ziel entfernt. Also liegt P(10|12) auf dem Graphen. Einsetzen:

$$12=m\cdot 10+15 \mid -15 \quad \Leftrightarrow \quad -3=10m \mid :10 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{3}{10}=m$$ Also ist $\boldsymbol{f(t)=-\frac{3}{10}t+15}$

Feld: Zu Beginn (t = 0) hat es 5 km Rückstand. Also $g(0)=15+5=20.$ Somit ist $n=20.$

Nach 10min ist das Feld noch 15 km vom Ziel entfernt. Also liegt P(10|15) auf dem Graphen. Einsetzen:

$$15=m\cdot 10+20 \mid -20 \quad \Leftrightarrow \quad -5=10m \mid :10 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2}=m$$ Also ist $\boldsymbol{g(t)=-\frac{1}{2}t+20}$

g) Berechne, nach wie viel Minuten der Ausreißer und das Feld das Ziel erreichen.

Gesucht sind die Nullstellen der beiden Funktionen.

$$0=-\frac{3}{10}t_n+15 \mid -15 \Leftrightarrow -15=-\frac{3}{10}t_n \mid :\left(-\frac{3}{10}\right) \Leftrightarrow \frac{150}{3}=t_n \Leftrightarrow \boldsymbol{t_n=50}$$

$$0=-\frac{1}{2}t_n+20 \mid -20 \Leftrightarrow -20=-\frac{1}{2}t_n \mid \cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \boldsymbol{40=t_n}$$

A: Der Ausreißer erreicht nach 50 min das Ziel und das Feld ist bereits nach 40 min am Ziel.

h) Berechne, nach wie viel Minuten der Ausreißer vom Feld überholt wird.

Gesucht ist der Schnittpunkt $S(t_s|y_s)$ der beiden Funktionen. S liegt auf beiden Graphen, also kann man S in beide Funktionsgleichungen einsetzen und sie müssen erfüllt sein.

$$I. \quad y_s=-\frac{3}{10}t_s+15$$

$$II. \quad y_s=-\frac{1}{2}t_s+20$$ Jetzt können wir Gleichung I. und Gleichung II. gleichsetzen.

$$-\frac{1}{2}t_s+20=-\frac{3}{10}t_s+15 \quad \mid -15$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}t_s+5=-\frac{3}{10}t_s \quad \mid +\frac{1}{2}t_s$$
$$\Leftrightarrow 5=-\frac{3}{10}t_s+\frac{1}{2}t_s$$
$$\Leftrightarrow 5=-\frac{2}{10}t_s \quad \mid :\left(-\frac{2}{10}\right)$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{25=t_s}$$ Einsetzen in Gleichung II.:

$$II. \; \boldsymbol{y_s}=-\frac{1}{2}\cdot 25+20=\boldsymbol{7{,}5}$$ **A: Er wird nach 25 min überholt. Da sind es noch 7,5 km bis zum Ziel.**