

Aufgabe 1: 8 Punkte

Irgendwann hatten die alten Ägypter keine Lust mehr, spitze Pyramiden zu bauen. Abgerundete Spitzen sollten der neue Trend werden. Und da sie mathematisch begabt waren, konstruierten sie die neuen „Pyramiden“ nach der Form einer Parabel (im Querschnitt betrachtet). Der beste Baumeister der Ägypter bekommt nun einen Bauauftrag für eine Modellpyramide. Er hat folgende Vorgaben zu beachten:

- Am Boden muss der Abstand von Wand zu Wand 6 Meter betragen.

- 0,5 Meter vom Rand entfernt muss die „Pyramide“ bereits 2,75 Meter hoch sein.

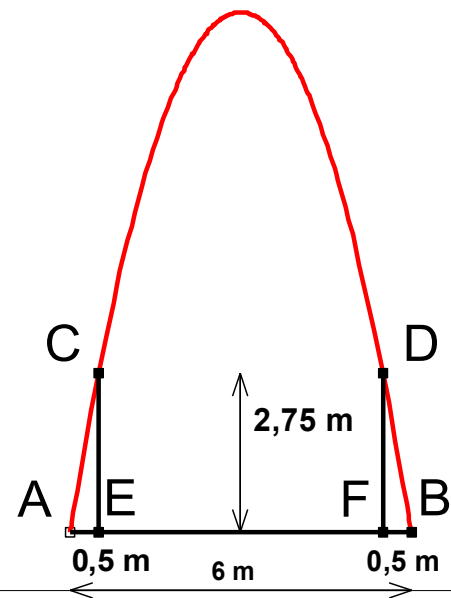
a) Berechne die Höhe einer solchen "Pyramide" in der Mitte.

Die Funktion hängt von der Wahl des Ursprungs des Koordinatensystems ab.

Bsp. A: $f(x) = -x^2 + 6x$; E: $f(x) = -x^2 + 7x - 3,25$

Mitte zwischen E und F:

Dann ist $A(-3|0)$; $B(3|0)$; $C(-2,5|2,75)$



<p>I. $0 = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c$</p> <p>II. $0 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c$</p> <p>III. $2,75 = a \cdot (-2,5)^2 + b \cdot (-2,5) + c$</p> <p>I. $0 = 9a - 3b + c \quad \quad I - II$</p> <p>II. $0 = 9a + 3b + c \quad \quad II - III$</p> <p>III. $2,75 = 6,25a - 2,5b + c$</p>	<p>Ia. $0 = 6b \Leftrightarrow b = 0$</p> <p>IIa. $-2,75 = 2,75a + 5,5b$; $b = 0$ einsetzen $\Leftrightarrow -2,75 = 2,75a \Leftrightarrow a = -1$</p> <p>Setze $a = -1$ und $b = 0$ in I. ein:</p> <p>I. $0 = 9 \cdot (-1) - 3 \cdot 0 + c \quad \quad +9$ $\Leftrightarrow 9 = c$</p> <p>Damit: $f(x) = -x^2 + 9$</p>
--	---

Umwandeln in Scheitelpunktsform: $f(x) = -x^2 + 9 = -(x - 0)^2 + 9$

Scheitelpunkt ablesen: $SP(0|9)$ **A: Die "Pyramide" ist 9 m hoch.**

b) Berechne die Höhe einer solchen "Pyramide" 2 m von der Mitte entfernt.

In diesem Koordinatensystem entspricht 1 m von der Mitte entfernt den x-Werten 1 oder -1. Da der Koordinatenursprung auf Bodenhöhe des Iglus ist, ist der y-Wert auch die gesuchte Höhe.

$$f(1) = -2^2 + 9 = -4 + 9 = 5$$

A: Einen Meter von der Mitte entfernt ist die "Pyramide" 5 m hoch.