Mathematik Klasse 9b, Lineare Funktionen und LGS – Lösung **20.10.2011**

Aufgabe 1:

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen:

a) $f(x)=-\frac{5}{6}x-\frac{15}{6}$ Setze $f(x_n)=0$: $0=-\frac{5}{6}x-\frac{15}{6}$ | ·6

$\Leftrightarrow 0=-5x-15$ | + 5x
$\Leftrightarrow 5x=-15$ | :5
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_n=-3}$

b) $g(x)=\frac{3}{4}\cdot(x-2)$ Setze $f(x_n)=0$: $0=\frac{3}{4}\cdot(x-2)$

$x_n=2,$ weil dann die Klammer gleich Null wird und ein Produkt Null ergibt, wenn ein Faktor Null ist. Oder nach x auflösen.

c) $h(x)=-\frac{3}{4}(x+3)+\frac{3}{4}$ Setze $f(x_n)=0$: $0=-\frac{3}{4}(x+3)+\frac{3}{4}$ | T

$\Leftrightarrow 0=-\frac{3}{4}x-\frac{9}{4}+\frac{3}{4}$ | + $\frac{3}{4}x$
$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x=-\frac{3}{2}$ | : $\frac{3}{4}$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_n=-2}$

Aufgabe 2:

Bestimme die Schnittpunkte der folgenden Funktionen

a) $f(x)=4x+5$ und $g(x)=-\frac{7}{5}x-\frac{46}{5}$

$f(x_s)=g(x_s)$ Funktionsterme gleich setzen: $4x+5=-\frac{7}{5}x-\frac{46}{5}$ | ·5

$\Leftrightarrow 20x_s+25=-7x_s-46$ | $-25+7x$
$\Leftrightarrow 27x_s=-71$ | $:27$
$\Leftrightarrow x_s=-\frac{71}{27}\approx 2{,}63$

Setze $x_s=-\frac{71}{27}$ in eine der Funktionsgleichungen ein, um y_s zu bestimmen:

$$f\left(-\frac{71}{27}\right)=4\cdot\left(-\frac{71}{27}\right)+4=-\frac{284}{27}+4=-\frac{284}{27}+\frac{108}{27}=-\frac{176}{27}\approx-6{,}52$$

$$\boldsymbol{S\left(-\frac{71}{27}\middle|-\frac{176}{27}\right)}$$

b) $f(x)=\frac{1}{2}(x^2-3\mathrm{x})+2$ und $g(x)=\frac{1}{2}x^2+2$

$f(x_s)=g(x_s)$ Funktionsterme gleich setzen: $\frac{1}{2}(x^2-3\mathrm{x})+2=\frac{1}{2}x^2+2 \quad | \ T$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x_s^2-1{,}5\,x_s+2=\frac{1}{2}x_s^2+2 \quad | \ -\frac{1}{2}x^2$
$\Leftrightarrow -1{,}5\,x_s+2=2 \quad | \ -2$
$\Leftrightarrow -1{,}5\,x_s=0 \quad | \ :(-1{,}5)$
$\Leftrightarrow x_s=0$

Setze $x=0$ in eine der Funktionen ein, um y_s zu bestimmen: $y_s=g(x_s)=g(0)=\frac{1}{2}0^2+2=2$

$\boldsymbol{S(0|2)}$

Hinweis: Bei LGS gibt es immer viele verschiedene Möglichkeiten der Umformung. Die hier vorgestellten Lösungswege stellen nur Beispiele für Lösungswege dar.

Aufgabe 3:

Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme zweimal. Zunächts mit dem Gleichsetzungsverfahren und anschließend mit dem Additions- bzw. Subtraktionsverfahren.

a) Additionsverfahren:

I. $-3\mathrm{y}-26=-4\mathrm{x} \quad | \ +4\mathrm{x}+20$
II. $-\frac{1}{2}x+5{,}5=-\frac{3}{2}y \quad |$

Ia. $4\mathrm{x}-3\mathrm{y}=26$
IIa. $-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y=-5{,}5 \quad | \ \cdot 2$

Ia. $4\mathrm{x}-3\mathrm{y}=26 \quad | \ Ia+IIb$
IIb. $-x+3y=-11$

$3\mathrm{x}=15 \quad | \ :3$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=5}$

Setze $x=5$ in IIb ein:

$-5+3y=-11 \quad | \ +5$
$\Leftrightarrow 3y=-6 \quad | \ :3$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{y=-2}$

$\boldsymbol{x=5 \ ; \ y=-2}$

Gleichsetzungsverfahren: Entfällt aus Platzgründen; siehe c) oder d)

b) Additionsverfahren:

I. $4x+6y=-8$
II. $12y-4=2x \quad | \ -2\mathrm{x}+4$

I. $4\mathrm{x}+6\mathrm{y}=-8$
IIa. $-2\mathrm{x}+12\mathrm{y}=4 \quad | \ \cdot 2$

I. $4\mathrm{x}+6\mathrm{y}=-8$
IIb. $-4\mathrm{x}+24\mathrm{y}=8 \quad | \ I+IIb$

$60\mathrm{y}=0 \quad | \ :60$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{y=0}$

Setze $y=0$ in I ein:
$4x+6\cdot 0=-8 \quad | \ :4$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=-2}$

$\boldsymbol{x=-2 \ ; \ y=0}$

Gleichsetzungsverfahren: Entfällt aus Platzgründen; siehe c) oder d)

c) Additionsverfahren:

I. $4x+24=3y \quad | -3y-24$
II. $-7{,}5+\frac{3}{2}y=\frac{1}{2}x \quad | -\frac{1}{2}x+7{,}5$

Ia. $4x-3y=-24$
IIa. $-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y=7{,}5 \quad | \cdot 2$

Ia. $4x-3y=-24 \quad | \ Ia+IIb$
IIb. $-x+3y=15$

$3x=-9 \quad | :3$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=-3}$

Setze $x=-3$ in IIb ein:

$-(-3)+3y=15 \quad | -3$
$\Leftrightarrow 3y=12 \quad | :3$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{y=4}$

$\boldsymbol{x=-3 \ ; \ y=4}$

Gleichsetzungsverfahren :

I. $4x+24=3y$
II. $-7{,}5+\frac{3}{2}y=\frac{1}{2}x \quad | \cdot 2$

I. $4x+24=3y$
IIb $-15+3y=x \quad | +15$

I. $4x+24=3y$
IIc. $3y=x+15$

Setze I. und IIc gleich:

$4x+24=x+15 \quad | -x-24$
$\Leftrightarrow 3x=-9 \quad | :3$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=-3}$

Setze $x=-3$ in IIb ein:

$-(-3)+3y=15 \quad | -3$
$\Leftrightarrow 3y=12 \quad | :3$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{y=4}$

$\boldsymbol{x=-3 \ ; \ y=4}$

d) Additionsverfahren:

I. $9x+6y=-18$
II. $4y+12=-6x \quad | +6x-12$

I. $9x+6y=-18$
IIa. $6x+4y=-12 \quad | \cdot 1{,}5$

I. $9x+6y=-18$
IIb. $9x+6y=-18 \quad | \ I-IIa$ | I – II

IIc. $0=0$

Diese Gleichung ist immer erfüllt. Es gibt also unendlich viele Lösungen. Man kann x (oder y) frei wählen und in eine der beiden Gleichungen einsetzen, um y (oder x) auszurechnen.

Gleichsetzungsverfahren:

I. $9x+6y=-18 \quad | -9x$
II. $4y+12=-6x \quad | -12$

Ia. $6y=-9x-18$
IIa. $4y=-6x-12 \quad | \cdot 1{,}5$

Ia. $6y=-9x-18$
IIb. $6y=-9x-18$

Setze I. und IIb gleich:

$-9x-18=9x-18$

(genauso gut würde $6y=6y$ gehen)

Diese Gleichung ist immer erfüllt. Es gibt also unendlich viele Lösungen. Man kann x (oder y) frei wählen und in eine der beiden Gleichungen einsetzen, um y (oder x) auszurechnen.

Mathematik Klasse 9b, Lineare Funktionen und LGS – Lösung **20.10.2011**

Aufgabe 4:

In einer Familie hat jede Tochter ebenso viele Schwestern wie Brüder und jeder Sohn halb so viele Brüder wie Schwestern. Wie viele Töchter und Söhne sind es?

x: Anzahl der Töchter y: Anzahl der Söhne I. $x-1=y$ II. $(y-1)=\frac{1}{2}x \quad \mid I\ einsetzen$ IIa. $((x-1)-1)=\frac{1}{2}x \quad \mid T$ $\Leftrightarrow x-2=\frac{1}{2}x \quad \mid -\frac{1}{2}x+2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x=2 \quad \mid \cdot 2$	$\Leftrightarrow x=4$ Setze $x=4$ in I ein: $4-1=y$ $\Leftrightarrow y=3$ **A: Es sind vier Töchter und drei Söhne.** *Hinweis: Hier wurde das Einsetzungsverfahren benutzt. Natürlich kann auch das Additionsverfahren oder das Gleichsetzungsverfahren benutzt werden.*

Aufgabe 5:

Gesucht sind zwei Zahlen. Die Zehnerstelle bei beiden Zahlen ist gleich. Die zweite Zahl ist um eins kleiner als die erste Zahl. Die Summe der Quersumme der beiden Zahlen ergibt 15. Die Summe der Einerstellen ist 13.

Hinweis: Versehentlich ist der falsche Aufgabe auf den Übungszettel geraten. Diese Aufgabe ergibt ein Vierersystem. Es ist zwar eine gute Übung, das LGS aus den Angaben der Aufgabe aufzustellen, aber Vierersysteme müssen in der Arbeit nicht gelöst werden können.

a: Zehnerstelle 1. Zahl ; b: Einerstelle 1. Zahl ; c: Zehnerstelle 2. Zahl ; d: Einerstelle 2. Zahl

I. $a=c$ II. $10a+b=10c+d+1$ III. $a+b+c+d=15 \quad \mid setze\ a=c\ ein$ IV. $b+d=13$ IIa. $10c+b=10c+d+1 \quad \mid -10c-d$ *richtig sortieren* IIIa. $c+b+c+d=15 \quad \mid T$ IV. $b+d=13$ IIa. $b-d=1$ IIIa. $b+2c+d=15$ IV. $b+d=13 \quad \mid IV+Ia$ $2b=14 \quad \mid :2$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{b=7}$	Setze $b=7$ in IV ein: $7+d=13 \quad \mid -7$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{d=6}$ Setze $b=7$ und $d=6$ in IIIa ein: $7+2c+6=15 \quad \mid -13$ $\Leftrightarrow 2x=2 \quad \mid :2$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{c=1}$ Setze $c=1$ in I ein: $\boldsymbol{a=1}$ **A: Die gesuchten Zahlen lauten 17 und 16.**