

**Aufgabe 1:** Vervollständige die folgenden Potenzrechengesetze. Falls es kein passendes Gesetz gibt, schreibe „kein Gesetz“.

a)  $x^a : y^b \Rightarrow$  *kein Gesetz*      b)  $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$       c)  $y^a : x^a = \left(\frac{x}{y}\right)^a$       d)  $p^x - q^x \Rightarrow$  *kein Gesetz*

**Aufgabe 2:** Vereinfache die folgenden Terme mit Hilfe der Potenzrechengesetze so weit wie möglich.

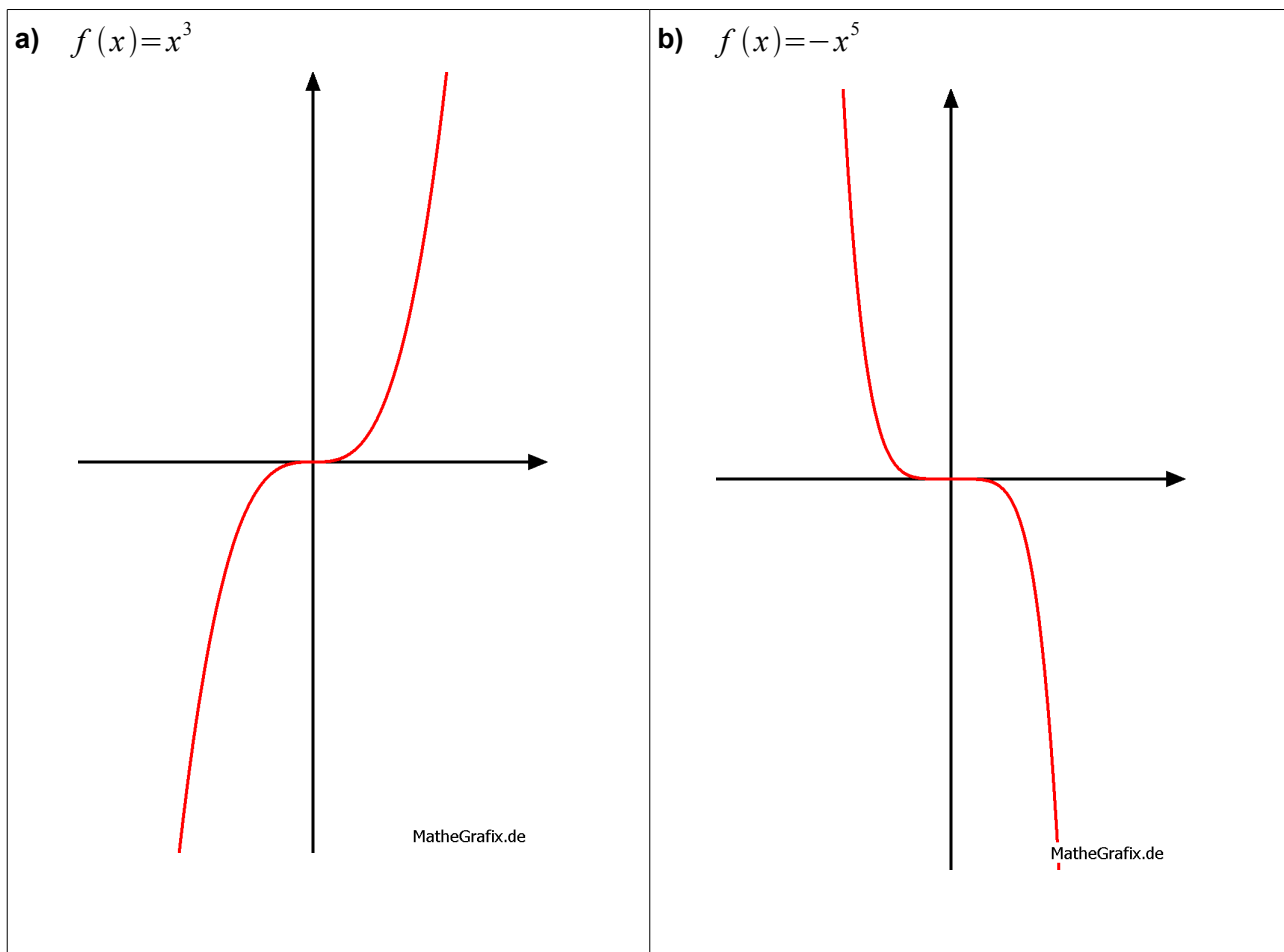
a)  $(ab^3) : (ab)^3 = \frac{(ab^3)}{(ab)^3} = \frac{ab^3}{a^3 b^3} = \frac{1}{a^2}$       b)  $(d+c)^2 \cdot (-d+c)^2 = ((c+d)^2 \cdot (c-d)^2) = (c^2 - d^2)^2$

c)  $\left(\frac{6x^2}{9y^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3x^3}{36y^5}\right)^2 = \left(\frac{2x^2}{3y^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1x^3}{12y^5}\right)^2 = \frac{8x^6}{27y^6} \cdot \frac{x^6}{144y^{10}} = \frac{x^{12}}{27 \cdot 18 y^{16}} = \frac{x^{12}}{486 y^{16}}$

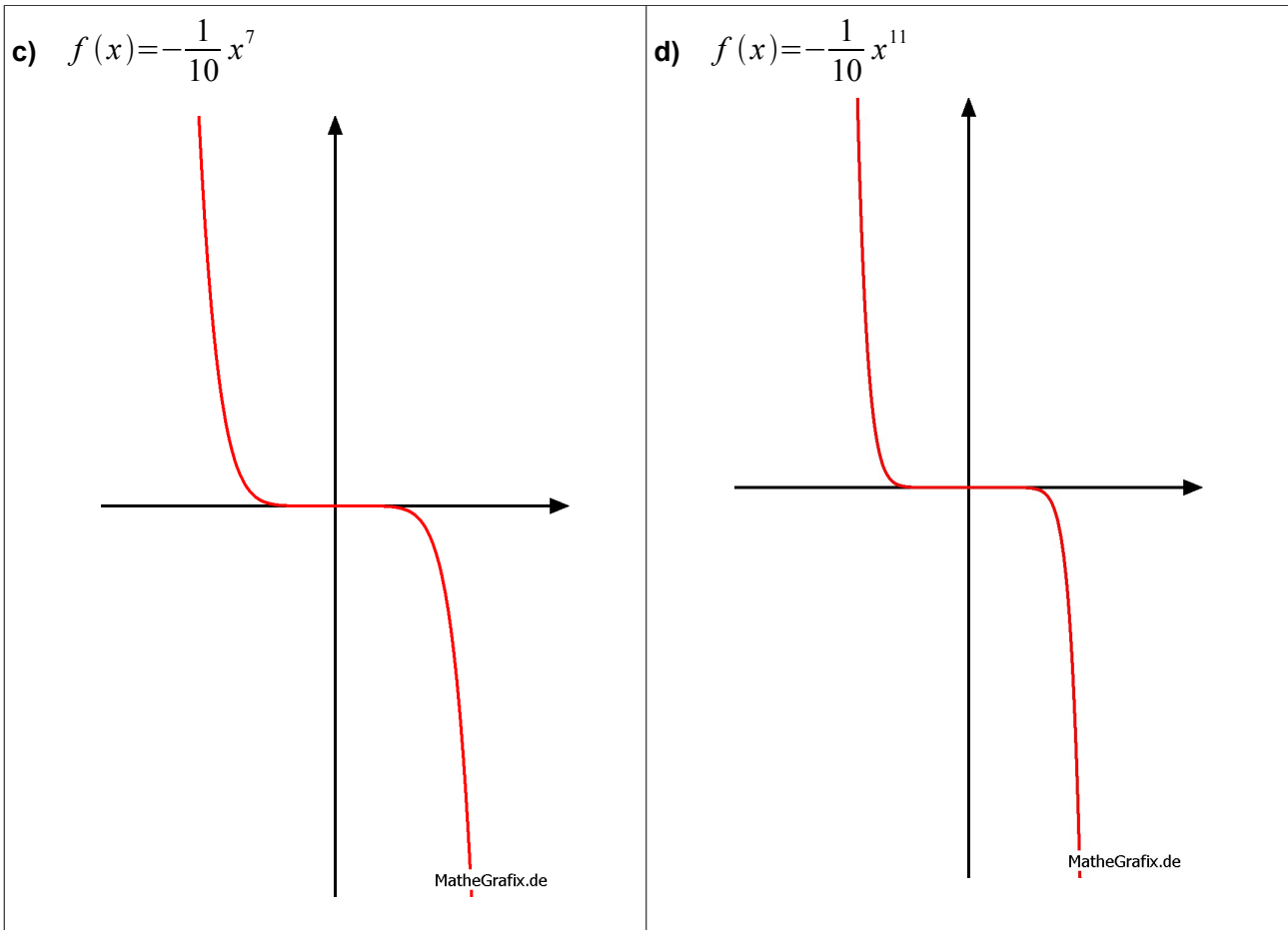
*Bemerkung c): Es sollte eigentlich ein : zwischen den Klammern stehen. Deshalb kürzt sich hier nichts.*

d) 
$$\frac{x^{a-1} y^{b-1} z^{c-1}}{x^{a-2} y^{b-2} z^c (x^3 y^3 z^3)} = x^{(a-1)-(a-2)-3} \cdot y^{(b-1)-(b-2)-3} \cdot z^{(c-1)-c-3} = x^{-1+2-3} \cdot y^{-1+2-3} \cdot z^{-1-3} = x^{-2} \cdot y^{-2} \cdot z^{-4}$$

**Aufgabe 3:** Skizziere die folgenden Funktionen in die Koordinatensysteme auf diesem Blatt. Berechne keine Funktionswerte. Wichtig ist der prinzipielle Verlauf und die charakteristischen Merkmale der Graphen, so dass die Graphen unterscheidbar sind.



**Aufgabe 3:** (Fortsetzung)



**Aufgabe 4:** Gegeben ist die Potenzfunktion  $f(x) = 3x^4$ . Weiterhin seien  $P(5|y_1)$  und  $Q\left(x_2\left|\frac{1}{27}\right.\right)$  Punkte auf dem Graphen von  $f$ .

Berechne die fehlenden Koordinaten  $y_1$  von  $P$  und  $x_2$  von  $Q$ .

$$f(4) = 3 \cdot 5^4 = 3 \cdot 625 = 1875 \quad \mathbf{P(5|1875)}$$

$$\frac{1}{27} = 3x_2^4 \Leftrightarrow \frac{1}{81} = x_2^4 \Leftrightarrow \sqrt[4]{\frac{1}{81}} \Leftrightarrow \pm \frac{1}{3} = x_2 \quad \mathbf{Q\left(\frac{1}{3}\left|\frac{1}{27}\right.\right)} \text{ oder } \mathbf{Q\left(-\frac{1}{3}\left|\frac{1}{27}\right.\right)}$$

**Aufgabe 5:** Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

<p><b>a)</b> <math>(1-3x)^4=625 \quad   \sqrt[4]{\phantom{x}}</math>  <math>\Leftrightarrow 1-3x_{1/2}=\pm 5 \quad   -1</math>  <math>\Rightarrow -3x_1=-6 \Leftrightarrow x_1=2</math>  <math>-3x_2=4 \Leftrightarrow x_2=-\frac{4}{3}</math></p> <p><math>L=\left\{-\frac{4}{3} \mid 2\right\}</math></p>	<p><b>b)</b> <math>\sqrt[6]{x} \sqrt[3]{x} \sqrt{x}=8</math>  <math>\Leftrightarrow x^{\frac{1}{6}} x^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{2}}=8</math>  <math>\Leftrightarrow x^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=8</math>  <math>\Leftrightarrow x^1=8</math></p> <p><math>L=\{8\}</math></p>
<p><b>c)</b> <math>\sqrt[5]{x+2}=(8x)^{\frac{1}{10}} \quad  ^{10}</math>  <math>\Rightarrow (x+2)^2=8x \quad   T</math>  <math>\Leftrightarrow x^2+4x+4=8x \quad   -8x</math>  <math>\Leftrightarrow x^2-4x+4=8x \quad   T</math>  <math>\Leftrightarrow (x-2)^2=0 \quad   \sqrt{\phantom{x}}</math>  <math>\Leftrightarrow x-2=0 \quad   +2</math>  <math>\Leftrightarrow x=2</math></p> <p>Probe: <math>\sqrt[5]{4}=16^{\frac{1}{10}} \quad   T</math>  <math>\Leftrightarrow 2^{\frac{2}{5}}=2^{4 \cdot \frac{1}{10}} \quad   T</math>  <math>\Leftrightarrow 2^{\frac{2}{5}}=2^{\frac{2}{5}} \quad \text{wahr}</math></p> <p><math>L=\{2\}</math></p>	<p><b>d)</b> <math>\sqrt{x^{12}}+126=2(\sqrt[5]{x^5})^6</math>  <math>\Leftrightarrow x^6+126=2x^6 \quad   -x^6</math>  <math>\Leftrightarrow 126=x^6 \quad   \sqrt[6]{\phantom{x}}</math>  <math>\Leftrightarrow \pm \sqrt[6]{126}=x</math></p> <p><math>L=\{-\sqrt[6]{126} \mid \sqrt[6]{126}\}</math></p>
<p><b>e)</b> <math>34-7\left(\frac{4x-1}{x-6}\right)^{\frac{1}{3}}=13 \quad   -23</math>  <math>\Leftrightarrow -7\left(\frac{4x-1}{x-6}\right)^{\frac{1}{3}}=-21 \quad   :(-7)</math>  <math>\Leftrightarrow \left(\frac{4x-1}{x-6}\right)^{\frac{1}{3}}=3 \quad  ^3</math>  <math>\Leftrightarrow \frac{4x-1}{x-6}=27 \quad   \cdot(x-6)</math></p>	<p><math>\Leftrightarrow 4x-1=27 \cdot (x-6) \quad   T</math>  <math>\Leftrightarrow 4x-1=27x-162 \quad   -4x+162</math>  <math>\Leftrightarrow 161=23x \quad   :23</math>  <math>\Leftrightarrow 7=x \quad   :23</math></p> <p><math>L=\{7\}</math></p>