Mathematik Klasse 10d, 1. KA – Kreise und Flächen – Lösung N **07.09.2011**

__Aufgabe 1:__ *14 Punkte (1 + 4 + 3 + 2 + 4)*

Gegeben ist ein Kreis K mit dem Umfang $U_K = 50\,cm$ und dem Flächeninhalt A_K.

a) Berechne den Durchmesser d des Kreises.

$$U = \pi d \iff \boldsymbol{d} = \frac{U}{\pi} = \mathbf{15{,}92\,cm}$$

b) Berechne die Kantenlänge eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Flächeninhalt $A = A_K$ ist.

$$A_K = \pi r^2 \;;\; A_D = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \;;\; A_K = A_D$$

$$\pi r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \iff \frac{4\pi r^2}{\sqrt{3}} = a^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}} \cdot 2 \cdot r = a \iff \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}} \cdot d = a \iff \boldsymbol{a} = \mathbf{21{,}43\,cm}$$

c) Berechne den Flächeninhalt eines Quadrats, dessen Diagonale genauso groß ist, wie der Radius des Kreises K.

$$a^2 + a^2 = d^2 \Leftrightarrow 2a^2 = d^2 \Rightarrow \boldsymbol{A_Q} = a^2 = \frac{d^2}{2} = \mathbf{126{,}65\,cm^2}$$

d) Berechne den Flächeninhalt eines Halbkreises, dessen Radius genauso groß ist, wie der der Durchmesser des Kreises K.

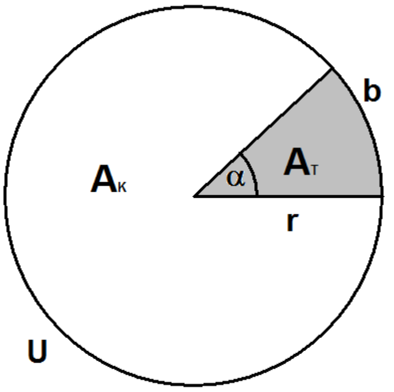
$$\boldsymbol{A_{HK}} = \frac{1}{2} \pi r_{HK}{}^2 = \frac{1}{2} \pi d^2 = \mathbf{397{,}89\,cm^2}$$

e) Berechne den Umfang eines Sechsecks, das den gleichen Flächeninhalt wie der Kreis K hat.

$$A_K = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \;;\; A_6 = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \;;\; A_K = A_6$$

$$\pi \frac{d^2}{4} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} a^2 \iff \frac{\pi d^2}{6\sqrt{3}} = a^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{6\sqrt{3}}} \cdot d = a \iff a = 8{,}75\,cm$$

$$\boldsymbol{U} = 6a = \mathbf{52{,}50\,cm}$$



__Aufgabe 2:__ *9 Punkte (2 + 3 + 4)*

Gegeben ist ein Kreisteil der Fläche A_T und der Kreisbogenlänge b das durch den Winkel α von einem Kreis mit dem Radius r und der Fläche A_K abgetrennt wird.

a) $r = 20\,cm, \alpha = 20°$. Berechne A_T. $\quad \boldsymbol{A_T} = \frac{\alpha}{360°} \pi r^2 = \frac{200}{9} \pi\, cm^2 = \mathbf{69{,}81\,cm^2}$

b) $A_K = 100\,cm^2,\ A_T = 75\,cm^2.$ Berechne α.

$$A_K = \pi r^2;\ A_T = \frac{\alpha}{360°}\cdot \pi r^2 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha} = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2} = \frac{A_T \cdot 360°}{A_K} = \mathbf{270°}$$

c) $b = 4\,cm,\ A_T = 12\,cm^2.$ Berechne A_K.

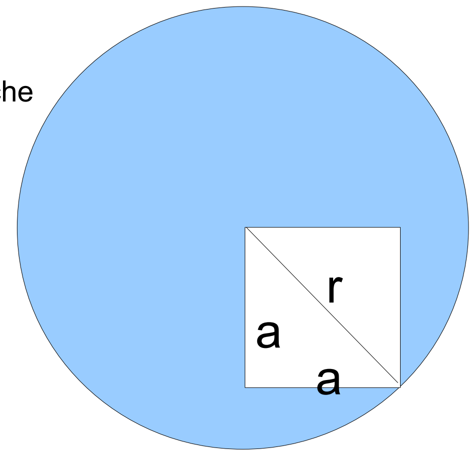
$$b = \frac{\alpha}{180°}\pi r \quad \Leftrightarrow \alpha = \frac{b \cdot 180°}{\pi r}$$

$$A_T = \frac{\alpha}{360°}\cdot \pi r^2 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2}$$ Gleichsetzen:

$$\frac{b \cdot 180°}{\pi r} = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2} \Leftrightarrow b = \frac{A_T \cdot 2}{r} \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{2 A_T}{b} = 6\,cm;\ A_K = \pi r^2 = \frac{400}{9}\pi\, cm^2 = \mathbf{113{,}10\,cm^2}$$

<u>Aufgabe 3:</u> *3 Punkte*

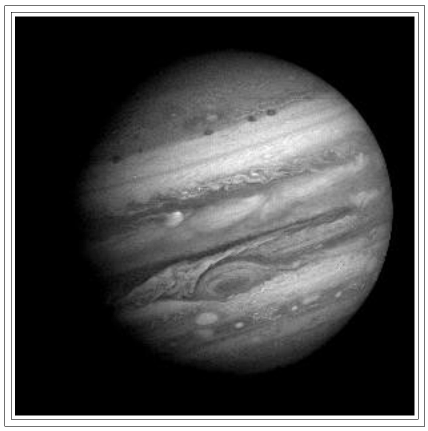
Bestimme den Flächeninhalt und den Umfang der grauen Fläche rechts mit *a = 1 cm*.



$$A_K = A_D$$
$$\Leftrightarrow \pi r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \qquad \Leftrightarrow r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}a^2$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{r} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4\pi}a^2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2\sqrt{\pi}}a = \frac{\sqrt[4]{3}}{2\sqrt{\pi}}1\,cm = \mathbf{0{,}37\,cm}$$

<u>Aufgabe 4:</u> *4 Punkte (1 + 3)*

Der Jupiter bewegt sich auf einer kreisförmigen Bahn um die Sonne. Der Abstand von der Sonne beträgt 5,203 A.E. (Astronomische Einheiten).



a) Berechne die Strecke, die der Jupiter in einem Jupiterjahr zurücklegt. Gib das Ergebnis in A.E an.

$$\boldsymbol{U} = 2\pi\ r = 2\pi \cdot 5{,}203\ A.E. = \mathbf{32{,}69\ A.E.}$$

A: Der Jupiter legt in einem Jahr etwa das 33-fache des Abstand Sonne-Erde zurück.

b) Eine Astronomische Einheit ist der Abstand von Erde zu Sonne. Gib den Winkel an, den der Jupiter überstrichen hat, wenn er auf seinem Weg um die Sonne 1 A.E. zurücklegt hat.

$$b = \frac{\alpha}{180°}\pi r \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha} = \frac{b \cdot 180°}{\pi r} = \frac{1\,A.E. \cdot 180°}{\pi \cdot 5{,}203\,A.E.} = \mathbf{11{,}01°}$$

A: Der Jupiter hat etwa 11° auf seinem Weg um die Sonne zurücklegt.