Mathematik Klasse 10d, 1. KA – Kreise und Flächen – Lösung B **31.08.2011**

<u>Aufgabe 1:</u> *11 Punkte (1 + 2 + 3 + 2 + 3)*

Gegeben ist ein Kreis K mit der Fläche $A_K = 300\,cm^2$.

a) Berechne den Durchmesser d des Kreises. $A = \pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{r} = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 9{,}77\,cm \Rightarrow \boldsymbol{d} = 2r = \mathbf{19{,}54\,cm}$

b) Berechne den Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Kantenlänge $a = d$ ist.

$$\boldsymbol{A} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \mathbf{165{,}40\,cm^2}$$

c) Berechne den Flächeninhalt eines Quadrats, dessen Diagonale genauso groß ist, wie der Radius des Kreises K.

Kantenlänge a, Diagonale/Durchmesser r, dann ist

$$a^2 + a^2 = r^2 \Leftrightarrow 2a^2 = r^2 \Rightarrow \boldsymbol{A_Q} = a^2 = \frac{r^2}{2} = \mathbf{47{,}75\,cm^2}$$

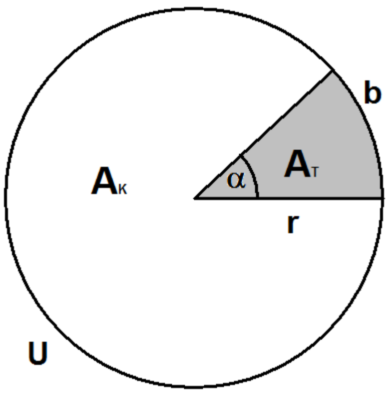
d) Berechne den Radius eines Halbkreises, dessen Fläche genauso groß ist, wie die Fläche des Kreises K. $A_{HK} = \pi\frac{r^2}{2} \Rightarrow \boldsymbol{r} = \sqrt{\frac{2A}{\pi}} = \mathbf{13{,}82\,cm}$

e) Berechne den Flächeninhalt eines Quadrats, das den gleichen Umfang wie der Kreis K hat.

$$U = 2\pi r = 61{,}40\,cm \qquad U_Q = U = 4a \Leftrightarrow a = \frac{U}{4} = 15{,}35\,cm \qquad \boldsymbol{A_Q} = a^2 = 75\pi = \mathbf{235{,}62\,cm^2}$$

<u>Aufgabe 2:</u> *9 Punkte (2 + 3 + 4)*

Gegeben ist ein Kreisteil der Fläche A_T und der Kreisbogenlänge b das durch den Winkel α von einem Kreis mit dem Radius r und der Fläche A_K abgetrennt wird.



a) $r = 20\,cm, \alpha = 20°$. Berechne b.

$$\boldsymbol{b} = \frac{\alpha}{180°}\cdot\pi r = \frac{20}{9}\pi = \mathbf{6{,}98\,cm}$$

b) $U = 80\,cm, b = 30\,cm$. Berechne α.

$$U = 2\pi r;\, b = \frac{\alpha}{180°}\cdot\pi r \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha} = \frac{b\cdot 180°}{\pi r} = \frac{b\cdot 180°}{\frac{1}{2}U} = \mathbf{135°}$$

c) $b = 5\,cm, A_T = 18\,cm^2$. Berechne A_K.

$$b = \frac{\alpha}{180°}\pi r \quad \Leftrightarrow \alpha = \frac{b\cdot 180°}{\pi r}$$

$$A_T = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 \Leftrightarrow \alpha = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2}$$ Gleichsetzen:

$$\frac{b \cdot 180°}{\pi r} = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2} \Leftrightarrow b = \frac{A_T \cdot 2}{r} \Leftrightarrow r = \frac{2A_T}{b} = \frac{36\,cm^2}{5\,cm} = 7{,}2\,cm\,;\, A_K = \pi r^2 = \frac{1296}{25} \pi\, cm^2 = \mathbf{162{,}86\,cm^2}$$

Aufgabe 3: *5 Punkte*

Pacman ist eine beliebte Videospielfigur aus den frühen 80er-Jahren. Er ist gelb, besteht aus einem Kreisteil und ist mit einer schwarzen Linie umrandet.
Der Durchmesser des Kreises beträgt $d = 20\,cm.$ Der Umfang des Auges beträgt $U_A = 25\,mm.$
Das Maul ist in einem Winkel von $\alpha = 100°$ geöffnet.

Berechne die gelbe Fläche. Gib das Ergebnis in cm^2 an.

Kreisteil-Winkel $\beta = 360° - \alpha = 260°$

$$A_T = \frac{\beta}{360°} \cdot \pi r^2 = 226{,}893\,cm^2 \qquad r_A = \frac{U}{2\pi} = 0{,}398\,cm$$

$$A_A = \pi r_A^2 = 0{,}497\,cm^2 \qquad \mathbf{A_P} = A_T - A_A = \mathbf{226{,}40\,cm^2}$$

A: Die gelbe Fläche ist etwa $\mathbf{226\,cm^2}$ groß.

Aufgabe 4: *5 Punkte*

Stabile Werkstoffe haben oft eine wabenförmige Struktur aus regelmäßigen Sechsecken. Der Materialverbauch hängt vom Umfang einer solchen Wabe ab. Im Bild rechts beträgt die Strecke von Wabenseite zu Wabenseite $d = 0{,}6\,cm.$

Berechne den Umfang einer Wabe.

Ein regelmäßiges Sechseck besteht aus gleichseitigen Dreiecken. Die Strecke d ist die doppelte Höhe eines der Dreiecke. Für ein gleichseitiges Dreieck mit der Kantenlänge a gilt:

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + h^2 = a^2 \Leftrightarrow h^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{3}{4}a^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{4}{3}h^2$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}h = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{0{,}6\,cm}{2} = \frac{0{,}6\,cm}{\sqrt{3}} = 0{,}346\,cm$$

Umfang $U = 6\mathrm{a} = \mathbf{2{,}0785\,cm}$

A: Der Umfang einer Wabe beträgt etwa 2,08 cm.