**Mathematik Klasse 10d, 1. KA – Kreise und Flächen – Lösung A** **31.08.2011**

**Aufgabe 1:** *11 Punkte (1 + 2 + 3 + 2 + 3)*

Gegeben ist ein Kreis $K$ mit der Fläche $A_K = 200\,cm^2$.

**a)** Berechne den Radius $r$ des Kreises. $A = \pi r^2 \Rightarrow \mathbf{r} = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \mathbf{7{,}98\,cm}$

**b)** Berechne den Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Kantenlänge $a = r$ ist.

$$\mathbf{A} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \mathbf{27{,}57\,cm^2}$$

**c)** Berechne den Flächeninhalt eines Quadrats, dessen Diagonale genauso groß ist, wie der Durchmesser des Kreises $K$.

*Kantenlänge a, Diagonale/Durchmesser d, dann ist*

$$a^2 + a^2 = d^2 \Leftrightarrow 2a^2 = d^2 \Rightarrow \mathbf{A_Q} = a^2 = \frac{d^2}{2} = \mathbf{127{,}32\,cm^2}$$

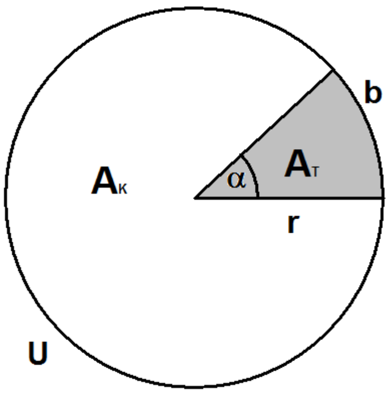
**d)** Berechne den Durchmesser eines Halbkreises, dessen Fläche genauso groß ist, wie die Fläche des Kreises $K$. $A_{HK} = \pi \frac{r^2}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2A}{\pi}} = 11{,}28\,cm$ $\quad \mathbf{d} = 2r = \mathbf{22{,}57\,cm}$

**e)** Berechne den Flächeninhalt eines Quadrats, das den gleichen Umfang wie der Kreis $K$ hat.

$$U = 2\pi r = 50{,}13\,cm \qquad U_Q = U = 4a \Leftrightarrow a = \frac{U}{4} = 12{,}53\,cm \qquad \mathbf{A_Q} = a^2 = 50\pi = \mathbf{157{,}08\,cm^2}$$

**Aufgabe 2:** *9 Punkte (2 + 3 + 4)*

Gegeben ist ein Kreisteil der Fläche $A_T$ und der Kreisbogenlänge $b$ das durch den Winkel $\alpha$ von einem Kreis mit dem Radius $r$ und der Fläche $A_K$ abgetrennt wird.




**a)** $r = 10\,cm$, $\alpha = 40°$. Berechne $A_T$.

$$\mathbf{A_T} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 = \frac{100}{9}\pi = \mathbf{34{,}91}\,cm^2$$

**b)** $A_K = 200\,cm^2$, $A_T = 75\,cm^2$. Berechne $\alpha$.

$$A_K = \pi r^2;\ A_T = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha} = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2} = \frac{A_T \cdot 360°}{A_K} = \mathbf{135°}$$

**c)** $b = 3\,cm$, $A_T = 10\,cm^2$. Berechne $A_K$.

$$b = \frac{\alpha}{180°}\pi r \quad \Leftrightarrow \alpha = \frac{b \cdot 180°}{\pi r}$$

$A_T = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2 \Leftrightarrow \alpha = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2}$ Gleichsetzen:

$$\frac{b \cdot 180°}{\pi r} = \frac{A_T \cdot 360°}{\pi r^2} \Leftrightarrow b = \frac{A_T \cdot 2}{r} \Leftrightarrow r = \frac{2 A_T}{b} = \frac{20}{3} cm = 6{,}67\, cm \,; A_K = \pi r^2 = \frac{400}{9} \pi\, cm^2 = \mathbf{139{,}62\, cm^2}$$

**<u>Aufgabe 3:</u>** *5 Punkte*

Pacman ist eine beliebte Videospielfigur aus den frühen 80er-Jahren. Er ist gelb, besteht aus einem Kreisteil und ist mit einer schwarzen Linie umrandet.
Der Radius des Kreises beträgt $r = 5\, cm.$ Der Umfang des Auges beträgt $U_A = 8\, mm.$ Das Maul ist in einem Winkel von $\alpha = 80°$ geöffnet.

Berechne die gelbe Fläche. Gib das Ergebnis in $cm^2$ an.

Kreisteil-Winkel $\beta = 360° - \alpha = 280°$

$$A_T = \frac{\beta}{360°} \cdot \pi r^2 = 61{,}087\, cm^2 \qquad r_A = \frac{U}{2\pi} = 0{,}127\, cm$$

$$A_A = \pi r_A^2 = 0{,}0509\, cm^2 \qquad \mathbf{A_P} = A_T - A_A = \mathbf{60{,}04\, cm^2}$$

**A: Die gelbe Fläche ist etwa $\mathbf{60\, cm^2}$ groß.**

**<u>Aufgabe 4:</u>** *5 Punkte*

Stabile Werkstoffe haben oft eine wabenförmige Struktur aus regelmäßigen Sechsecken. Der Materialverbauch hängt vom Umfang einer solchen Wabe ab. Im Bild rechts beträgt die Strecke von Wabenseite zu Wabenseite $d = 0{,}8\, cm.$

Berechne den Umfang einer Wabe.

Ein regelmäßiges Sechseck besteht aus gleichseitigen Dreiecken. Die Strecke d ist die doppelte Höhe eines der Dreiecke. Für ein gleichseitiges Dreieck mit der Kantenlänge a gilt:

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + h^2 = a^2 \Leftrightarrow h^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{3}{4}a^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{4}{3}h^2$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}} h = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{0{,}8\, cm}{2} = \frac{0{,}8\, cm}{\sqrt{3}} = 0{,}462\, cm$$

Umfang $\mathbf{U} = 6\text{a} = \mathbf{2{,}7713\, cm}$

**A: Der Umfang einer Wabe beträgt etwa 2,77 cm.**