Mathematik Klasse 9d, Arbeitsblatt 05 – LGS Textaufgaben – Lösung 08.10.2010

<u>Aufgabe 1:</u> (2er-System)

In einer Familie hat jeder Sohn ebenso viele Brüder wie Schwestern und jede Tochter halb so viele Schwestern wie Brüder. Wie viele Töchter und Söhne sind es?

x: Anzahl der Söhne y: Anzahl der Töchter I. $x-1=y$ II. $(y-1)=\frac{1}{2}x$ | I einsetzen IIa. $((x-1)-1)=\frac{1}{2}x$ |T $\Leftrightarrow x-2=\frac{1}{2}x$ | - $\frac{1}{2}x+2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x=2$ | ·2	$\Leftrightarrow x=4$ Setze x = 4 in I ein: $4-1=y$ $\Leftrightarrow y=3$ **A: Es sind vier Söhne und drei Töchter.**

<u>Aufgabe 2:</u> (3er-System)

Bei den olympischen Spielen 2008 in Peking haben China, die USA und Deutschland zusammen 103 Goldmedaillen gewonnen. Dabei haben die USA 20 Goldmedaillen mehr als Deutschland gewonnen. China hat eine Goldmedaille weniger als die USA und Deutschland zusammen.
Wie viele Goldmedaillen haben jeweils China, die USA und Deutschland gewonnen?

x = Anzahl Goldmedaillen China, y = USA, z = Deutschland

I. $x+y+z=103$ | II und IIIb einsetzen

II. $y=z+20$

III. $x+1=y+z$ | II einsetzen

IIIa. $x+1=(z+20)+z$ | - 1

IIIb. $x=2z-19$

Ia. $(2z+19)+(z+20)+z=103$

$\Leftrightarrow 4z+39=103$

$\Leftrightarrow 4y=64$

$\Leftrightarrow \mathbf{z=16}$

Setze z = 16 in II ein:

$y=16+20=\mathbf{36}$

Setze y = 36 und z = 16 in III ein:

$x+1=16+36 \Leftrightarrow x=52-1 \Leftrightarrow \mathbf{x=51}$

A: China hat 51, die USA 36, und Deutschland 16 Goldmedaillen gewonnen.

<u>Aufgabe 4:</u> (einfaches 4er-System)

Herr Schusslich vergisst gerne die PIN seiner EC-Karte. Daher steckt folgender Spickzettel in seiner Brieftasche:

Die Summe der Ziffern meiner PIN ergibt 10.
Die vierte Ziffer ist doppelt so groß wie die zweite Ziffer.
Die dritte Ziffer ist so groß wie die ersten beiden Ziffern zusammen.
Die erste plus die vierte Ziffer ist genauso groß wie die Summe der beiden anderen Ziffern.

Wie lautet die PIN von Herrn Schusslich? Löse mit Hilfe eines LGS.

Hinweis: Dies ist mathematisch ein LGS mit unendlich vielen Lösungen. Für die Textaufgabe sinnvolle Lösungen sind es nur, wenn die gefundenen Zahlen Ziffern entsprechen, also nur Werte von 0-9.

I.	$x_1+x_2+x_3+x_4=10$	| I. + IV.
II.	$-2x_2+x_4=0$	| · (-1)
III.	$x_1+x_2-x_3=0$	| III. - IV.
IV.	$x_1-x_2-x_3+x_4=0$	| IV - II

Ia.	$2x_1+2x_4=10$
IIa.	$2x_2-x_4=0$
IIIa.	$2x_2-x_4=0$
IVa.	$x_1+x_2-x_3=0$

IIa und IIIa sind nun gleich. Das LGS ist also linear abhängig. Damit gibt es unendlich viele Lösungen. Um eine Lösung zu finden, kann man eine Unbekannte beliebig wählen, um die anderen auszurechnen. Allerdings dürfen die Unbekannten nur Werte von 0-9 annehmen.

Wähle $\mathbf{x_2 = 0}$. Setze $x_2 = 0$ in IIa ein:

IIa.	$2\cdot 0-x_4=0$	| · (-1)
	$\Leftrightarrow \mathbf{x_4=0}$	

Setze $x_2 = 0$ in Ia ein:

Ia.	$2x_1+2\cdot 0=10$	| : 2
	$\Leftrightarrow \mathbf{x_1=5}$	

Setze $x_1 = 5$ und $x_2 = 0$ in III ein:

III.	$5+0-x_3=0$	| - 5
	$-x_3=-5$	| : (-1)
	$\Leftrightarrow \mathbf{x_3=5}$	

Lösung bei Wahl von $\mathbf{x_2 = 2}$: 1234

A: Die PIN lautet 5050 (oder 1234)

Aufgabe 3: (einfaches 5er-System)

Gesucht sind fünf Zahlen. Als Summe der fünf Zahlen erhält man 16. Das Negative des vierfachen der dritten Zahl ist um 4 kleiner als die Summe der anderen Zahlen zusammen. Die Summe der vierten und der fünften Zahl ist genauso groß wie die zweite Zahl. Ein Fünftel der ersten Zahl ist ist genauso groß wie das Negative der Summe der anderen Zahlen. Das Zehnfache der fünften Zahl ist um 1 kleiner als die dritte Zahl.

Gesuchte Zahlen: x_1 bis x_5

I. $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=16$
II. $-4x_3=x_1+x_2+x_4+x_5-4$
III. $x_4+x_5=x_2$
IV. $0{,}2x_1=-(x_2+x_3+x_4+x_5)$
V. $10x_5=x_3-1$

Nach Umsortieren erhält man:

I. $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=16$ | I.-IVa.
IIa. $-x_1-x_2-4x_3-x_4-x_5=-4$ | I.+IIa.
IIIa. $-x_2+x_4+x_5=0$ | IIIa.+IVa.
IVa. $0{,}2x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0$
Va. $-x_3+10x_5=-1$

Ia. $0{,}8x_1=16$ | : 0,8
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_1=20}$
IIb. $-3x_3=12$ | :(-3)
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_3=-4}$

Setze $x_3=-4$ in Va. ein:
Va. $-(-4)+10x_5=-1$ | -4
$\Leftrightarrow 10x_5=-5$ | :10
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_5=-0{,}5}$

IIIb. $0{,}2x_1+x_3+2x_4+2x_5=0$ | Setze x_1, x_3 und x_5 ein
$\Leftrightarrow 0{,}2\cdot 20+(-4)+2x_4+2\cdot(-0{,}5)=0$ | $-2x_4$
$\Leftrightarrow 4+(-4)-1=-2x_4$ | :(-2)
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_4=0{,}5}$

Setze x_1, x_3, x_4 und x_5 in I. ein:
I. $20+x_2+(-4)+0{,}5+(-0{,}5)=16$ | T
$\Leftrightarrow 16+x_2=16$ | -16
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_2=0}$

A: Die gesuchten Zahlen sind bold $\mathbf{20, 0, -4, \frac{1}{2}}$ und $\mathbf{\frac{1}{2}}$.