Mathematik Klasse 9d, AB 14 – Parabelbestimmung – Fehlersuche – Lsg. 22.02.2011

Aufgabe 1: Gegeben sind drei Punkte A, B und C, die auf dem Graphen einer Parabelfunktion liegen.

In den folgenden Rechnungen wird die Parabelgleichung bestimmt, sowie der Scheitelpunkt und die Nullestellen berechnet. Leider war der Lehrer bei diesen Aufgaben sehr unkonzentriert.

Finde alle Fehler und die richtigen Ergebnisse!

a) A(-1|8), B(0|2), C(2|-4) | Lösung: $f(x)=x^2-5x+2$ $\quad S(2{,}5|-4{,}25)$ $\quad x_{n1}\approx 4{,}56$ $\quad x_{n2}\approx 0{,}44$

Fehlersuche:

I. $8=a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+c$

II. $2=a\cdot(0)^2+b\cdot(0)+c$

III. $\underline{2}=a\cdot\underline{(-4)}^2+b\cdot\underline{(-4)}+c$ *x-y falsch*

Ia. $8=a-b+c$ | ·4

IIa. $\mathbf{2=c}$

IIIa. $2=16a+\underline{4}b+c$ *-4*

c = 2 in Ia. und IIIa. einsetzen:

Ib. $32=4a-4b+\underline{2}$ *c mal 2 nehmen*

IIIa. $2=16a+4b+2$ | Ib. + IIIa.

IIIb. $34=20a+4$ | -4

$\Leftrightarrow 30=20a$ | :20

$\Leftrightarrow \mathbf{1{,}5=a}$

Setze $a=1{,}5$ Ib. ein:

$8=1{,}5-b+2$ | -3,5

$\Leftrightarrow \mathbf{\underline{5{,}5}=b}$ *b gleich 4,5*

Also $\mathbf{f(x)=1{,}5x^2+5{,}5x+2}$

Scheitelpunktsbestimmung:

$$f(x)=1{,}5x^2+5{,}5x+2$$
$$=1{,}5\left(x^2+\frac{11}{3}x\right)+2$$
$$=1{,}5\left(x^2+\frac{11}{3}x+\frac{11}{36}-\frac{11}{36}\right)+2$$
$$=1{,}5\left(x-\underline{\frac{11}{3}}\right)^2-\underline{\frac{11}{36}}+2 \qquad \underline{\frac{11}{6}}$$

und nicht ausmultipliziert

$$=1{,}5\left(x-\frac{11}{3}\right)^2-\frac{11}{36}+\frac{72}{36}$$
$$=1{,}5\left(x-\frac{11}{3}\right)^2+\underline{\frac{83}{36}} \qquad +\underline{\frac{61}{36}}$$

Scheitelpunkt ablesen: $\mathbf{S\left(-\underline{\frac{11}{3}}\middle|\frac{83}{36}\right)}$ *falsches Vorzeichen*

Nullstellenbestimmung:

Es gilt $f(x_n)=0$, also mit Scheitelpunktsform

$$0=1{,}5\left(x-\frac{11}{3}\right)^2+\frac{83}{36} \quad | \quad -\frac{83}{36}$$
$$-\frac{83}{36}=1{,}5\left(x-\frac{11}{3}\right)^2 \quad | \quad \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow \underline{\frac{\pm\sqrt{83}}{6}}=x_{1/2}-\frac{11}{3} \quad | \quad +\frac{11}{3}$$

man kann keine Wurzel aus einer negativen Zahl ziehen.

$$\Rightarrow \mathbf{x_1}=-\frac{\sqrt{83}}{6}-\frac{11}{3}=\underline{-17{,}5}$$ *Wurzel nicht gezogen*

$$\Rightarrow \mathbf{x_2}=+\frac{\sqrt{83}}{6}-\frac{11}{3}\approx\mathbf{-2{,}15}$$

Mathematik Klasse 9d, AB 14 – Parabelbestimmung – Fehlersuche – Lsg. 22.02.2011

Richtige Lösung:

I. $8=a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+c$ II. $2=a\cdot(0)^2+b\cdot(0)+c$ III. $-4=a\cdot 2^2+b\cdot 2+c$ Ia. $8=a-b+c$ | $\cdot 2$ IIa. $\mathbf{2=c}$ IIIa. $-4=4a+2b+c$ c = 2 in Ia. und IIIa. einsetzen: Ib. $16=2a-2b+2\cdot 2$ IIIa. $-4=4a+2b+2$ | Ib. + IIIa. IIIb. $12=6a+6$ | -6 $\Leftrightarrow 6=6a$ | :6 $\Leftrightarrow \mathbf{1=a}$ Setze $a=1$ und $c=2$ in Ia. ein: $8=1-b+2$ | -3 $\Leftrightarrow \mathbf{5=b}$ Also $\mathbf{f(x)=x^2-5x+2}$	Scheitelpunktsbestimmung: $f(x)=x^2-5x+2$ $=x^2-5x+6{,}25-6{,}25+2$ $=(x-2{,}5)^2-4{,}25$ Scheitelpunkt ablesen: $\mathbf{S(2{,}5 \vert -4{,}25)}$ Nullstellenbestimmung: Es gilt $f(x_n)=0$, also mit Scheitelpunktsform $0=(x_n-2{,}5)^2-4{,}25$ | +4,25 $\Leftrightarrow 4{,}25=(x_n-2{,}5)^2$ | $\sqrt{}$ $\Leftrightarrow \pm\sqrt{4{,}25}=x_{1/2}-2{,}5$ | +2,5 $\Rightarrow \mathbf{x_1=\sqrt{4{,}25}+2{,}5}\approx 4{,}56$ $\Rightarrow \mathbf{x_2=-\sqrt{4{,}25}+2{,}5}\approx 0{,}44$

Mathematik Klasse 9d, AB 14 – Parabelbestimmung – Fehlersuche – Lsg. 22.02.2011

b) A(-2|-10), B(-1|0), C(2|-6) Lösung: $f(x) = -3x^2 + x + 4$ $S\left(\frac{1}{6}\middle|4\frac{1}{12}\right)$ $x_{n1} = \frac{4}{3}$ $x_{n2} = -1$

I. $-10 = a\cdot(-2)^2 + b\cdot(-2) + c$ II. $0 = a\cdot(-1)^2 + b\cdot(-1) + c$ III. $-6 = a\cdot 2^2 + b\cdot 2 + c$ Ia. $-10 = 4a - 2b + c$ | Ia + IIIa IIa. $0 = a - b + c$ | $2\cdot IIa + IIIa$ IIIa. $-6 = 4a + 2b + c$ Ib. $-16 = 8a + 2c$ | $\cdot 3$ IIb. $-6 = 6a + 3c$ | $\cdot 2$ Ic. $-48 = 24a + 6c$ | Ic. - IIc. IIc. $-12 = 12a + 6c$	Id. $-36 = 12a$ | :12 $\Leftrightarrow$ $\mathbf{-3 = a}$ Setze $a = -3$ in IIb. ein: IIb. $-6 = 6\cdot(-3) + 3c$ | + 18 $\Leftrightarrow$ $12 = 3c$ | :3 $\Leftrightarrow$ $\mathbf{4 = c}$ Setze $a = -3$ und $c = 4$ in IIa. ein: IIa. $0 = -3 - b + 4$ | + b $\Leftrightarrow$ $\mathbf{b = 1}$ Also $\mathbf{f(x) = -3x^2 + x + 4}$
Scheitelpunktsbestimmung: $f(x) = -3x^2 + x + 4$ $= -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x\right) + 4$ $= -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}\right) + 4$ $= -3\left[\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{36}\right] + 4$ $= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{1}{12} + 4$ $= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{49}{12}$ Scheitelpunkt ablesen: $\mathbf{S\left(\frac{1}{6}\middle|4\frac{1}{12}\right)}$	Nullstellenbestimmung: Es gilt $f(x_n) = 0$, also mit Scheitelpunktsform $0 = -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{49}{12}$ | $-\frac{49}{12}$ $-\frac{49}{12} = -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2$ | : (-3) $\frac{49}{36} = \left(x - \frac{1}{6}\right)^2$ | $\sqrt{\ }$ $\pm\frac{7}{6} = x_{1/2} - \frac{1}{6}$ | $+\frac{1}{6}$ $\Rightarrow \mathbf{x_1 = \frac{4}{3}}$ $\Rightarrow \mathbf{x_2 = -1}$