

Aufgabe 1: Parabelsee

Der See während der Bauphase

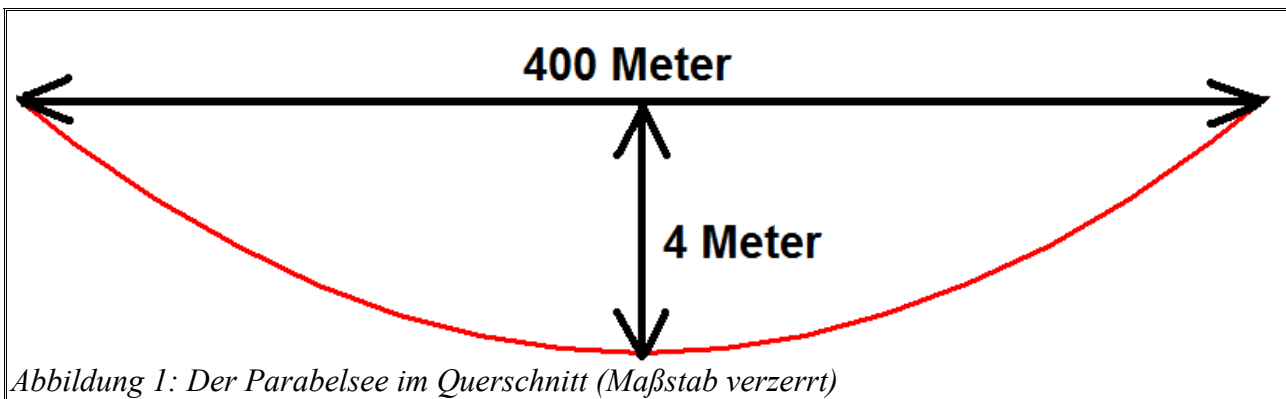
Ein mathematisch begabter Landschaftsarchitekt hat für eine Weltausstellung einen kreisrunden Badesee entworfen, der im Querschnitt exakt parabelförmig ist. Der See hat einen Durchmesser von 400 m und ist an der tiefsten Stelle 4 m tief.

a) Wie tief ist der See 10 m (100 m) vom Rand entfernt?

Funktionsgleichung bestimmen:

Lege den Koordinatenursprung in den Scheitelpunkt der Parabel. Dann kann man die drei Punkte A(-200|4), B(200|4) und C(0|0) ablesen. Einsetzen in

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



- I. $4 = a \cdot 200^2 + b \cdot 200 + c$
- II. $4 = a \cdot (-200)^2 + b \cdot (-200) + c$
- III. $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$

Setze $c = 0$ in I. und II. ein:

Ia. $4 = 40000a + 200b$ | Ia. - IIa.

IIa. $4 = 40000a - 200b$

IIb. $0 = 400b$ | :400
 $\Leftrightarrow b = 0$

Setze $b = 0$ in Ia. ein:

Ia. $4 = 40000a$ | :40000
 $\Leftrightarrow a = \frac{1}{10000}$

Also $f(x) = \frac{1}{10000} x^2$

10 m vom Rand entspricht 190 m von der Mitte, die unser Koordinatenursprung ist.

$f(-190) = f(190) = \frac{1}{10000} 190^2 = 3,61$ Der Boden ist hier also 3,61 m von der tiefsten Stelle entfernt. Somit ist der See $4\text{ m} - 3,61\text{ m} = 0,39\text{ m}$ tief.

$f(-100) = f(100) = \frac{1}{10000} 100^2 = 1$ Der Boden ist hier also 1 m von der tiefsten Stelle entfernt. Somit ist der See $4\text{ m} - 1\text{ m} = 3\text{ m}$ tief.

A: Der See ist 100 m vom Rand entfernt 3 m tief.

b) Es soll eine Nichtschwimmerbegrenzung angebracht werden. Sie soll dort sein, wo der See die Tiefe von 1,75 m erreicht. In welcher Entfernung vom Ufer aus gesehen muss die Markierung angebracht werden?

1,75 m sind 2,25 m vom tiefsten Punkt entfernt, der unser Nullpunkt des Koordinatensystems ist. Wenn also x_s unsere gesuchte Entfernung von der Mitte ist, dann ist $f(x_s) = 2,25$.

Also

$$2,25 = \frac{1}{10000} x_s^2 \quad | \cdot 10000$$

$$\Leftrightarrow 22500 = x_s^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

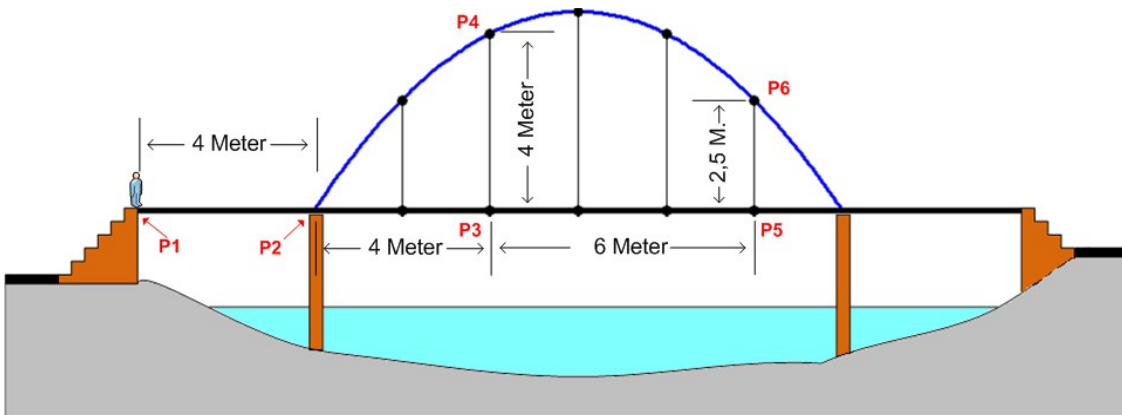
$$\Leftrightarrow x_s = \pm 150$$

150 m von der Mitte sind 250 m vom Rand entfernt.

A: Die Nichtschwimmerbegrenzung muss 250 m von Rand entfernt angebracht werden.

Aufgabe 2: Brücke

Eine Fußgängerbrücke wird von einem parabelförmigen Brückenbogen getragen.



a) Berechne, nach welcher Gleichung der Brückenbogen konstruiert wurde. (Benutze nur Punkte, die man durch angegebene Längenangaben ablesen kann).

Die Gleichungen variieren je nach gewähltem Koordinatensystem. Mögliche Nullpunkte sind eingezeichnet und durchnummeriert. Hier die Gleichungen für die möglichen Punkte. Sie werden nach dem bekannten Verfahren „Parabel aus drei Punkten“ ermittelt.

$$P1: y = -\frac{1}{8}x^2 + 0,5x - 8$$

$$P2: y = -\frac{1}{8}x^2 + 1,5x$$

$$P3: y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + 4$$

$$P4: y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x$$

$$P5: y = -\frac{1}{8}x^2 - x + 2,5$$

b) Berechne die maximale Höhe der Brücke über der Fahrbahn.

Gesucht ist der Scheitelpunkt. (siehe auch Aufgabe 1 c)). Abhängig wieder von der Wahl des Koordinatensystems.

$$P1: (10|4,5) \quad P2: (6|4,5)$$

$$P3: (2|4,5) \quad P4: (2|0,5)$$

$$P5: (-4|4,5)$$

Die Höhe beträgt 4,5 m.