Mathematik Klasse 9a, Übungszettel – Lösung Rechnen mit Wurzeln 26.01.2010

Aufgabe 1: Vereinfache die Terme so weit wie möglich

a) $\sqrt{192}=\sqrt{64\cdot 3}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{3}=\mathbf{8\cdot\sqrt{3}}$ **b)** $\sqrt{0{,}81\,x\,z^3}=\mathbf{0{,}9\cdot z\cdot\sqrt{xz}}$

c) $\dfrac{\sqrt{\frac{2}{9}a^3}}{\sqrt{\frac{1}{2}ab^2}}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}}\cdot\sqrt{a^2\cdot a}}{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{a}\sqrt{b^2}}=\dfrac{\frac{1}{3}\cdot\sqrt{2}\cdot a\sqrt{a}}{\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot b\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{2}\cdot a}{3b}=\mathbf{\dfrac{2a}{3b}}$

Aufgabe 2: Stimmt folgende Rechnung?

$\sqrt{28}+\sqrt{63}=\sqrt{175}$ | T

$\Leftrightarrow\sqrt{4\cdot 7}+\sqrt{9\cdot 7}=\sqrt{25\cdot 7}$ | T

$\Leftrightarrow 2\cdot\sqrt{7}+3\cdot\sqrt{7}=5\cdot\sqrt{7}$ | : $\sqrt{7}$

$\Leftrightarrow 2+3=5$ ***A: Die Rechnung stimmt!***

Aufgabe 3: Forme die Terme so um, dass im Nenner keine Wurzeln mehr auftreten und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\sqrt{3}$ **b)** $\dfrac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})\cdot(1+\sqrt{2})}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{1-2}=-2-\sqrt{2}$

c) $\dfrac{b-a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{(\sqrt{b}+\sqrt{a})\cdot(\sqrt{b}-\sqrt{a})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\sqrt{b}-\sqrt{a}$ ($a, b\in\mathbb{N}$)

Aufgabe 4: Bestimme die Lösungsmenge:

a) $\sqrt{y^2+1}=y+1$ |²	**b)** $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2x}=0$ |	**c)** $\sqrt{x-6}=\sqrt{x}-\sqrt{4x-14}$ |²
$y^2+1=y^2+2y+1$ |-y²-1	$+\sqrt{2x}$	$x-6=x-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}+4x-14$
$0=2y$ | : 2	$\sqrt{3x+1}=\sqrt{2x}$ |²	$x-6=5x-14-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}$
$y=0$	$3x+1=2x$ |-2x-1	$4x+8=-2\sqrt{x}\sqrt{4x-14}$
Probe: $\sqrt{0^2+1}=0+1$	$x=-1$	$2x-4=\sqrt{x}\sqrt{4x-14}$
$\sqrt{1}=1$	Probe:	$4x^2-16x+16=4x^2-14x$
Probe ok, L = {0}	$\sqrt{3\cdot(-1)+1}-\sqrt{2\cdot(-1)}=0$	$-16x+16=-14x$
	Wurzel negativ, damit	$16=2x\Leftrightarrow x=8$
	Probe nicht ok, **L = {}**	Probe: $\sqrt{8-6}=\sqrt{8}-\sqrt{4\cdot 8-14}$
		Nicht ok, da negativ Wurzel, **L = {}**

Aufgabe 5: Vereinfache die Terme.

a) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{18}-\sqrt{72})=\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}-\sqrt{2}\sqrt{72}=\sqrt{36}-\sqrt{144}=6-12=-6$

b) $(r+\sqrt{24})\cdot(2\cdot\sqrt{6}-r)=(\sqrt{24}+r)\cdot(\sqrt{4\cdot 6}-r)=(\sqrt{24}+r)\cdot(\sqrt{24}-r)=24-r^2$

c) $(\sqrt{48}-\sqrt{3})^2=48-2\sqrt{48}\sqrt{3}+3=45-2\sqrt{144}=45-2\cdot 12=21$

Aufgabe 6: Forme die Terme so um, dass im Nenner keine Wurzeln mehr auftreten und vereinfache so weit wie möglich. Gib, falls nötig, einschränkende Bedingungen an.

a) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2\cdot 16}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{16}}{\sqrt{2}}=\sqrt{16}=4$ **b)** $\frac{1-\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}}=\frac{(1-\sqrt{y})(1-\sqrt{y})}{(1+\sqrt{y})\cdot(1-\sqrt{y})}=\frac{(1-\sqrt{y})^2}{1-y}$ $\quad y\neq 1$

c) $\frac{2-2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{x}+x}{\sqrt{2}-\sqrt{x}}=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{x})^2}{\sqrt{2}-\sqrt{x}}=\sqrt{2}-\sqrt{x}$ $\quad x\neq 2$

Aufgabe 7: Löse die Gleichungen.

<table>
<tr>
<td>**a)** $\sqrt{x-1}=\sqrt{4x-7}$ |²
$\Rightarrow x-1=4x-7$ | -x + 7
$\Leftrightarrow 6=3x$ | :3
$\Leftrightarrow x=2$
Probe:
$\sqrt{2-1}=\sqrt{4\cdot 2-7}$
$\Leftrightarrow\sqrt{2-1}=\sqrt{8-7}$
$\Leftrightarrow\sqrt{1}=\sqrt{1}$

Probe o.k. Damit ***L = {2}***</td>
<td>**b)** $\sqrt{4x^2+5}=2x-1$ |²
$\Rightarrow 4x^2+5=4x^2-2\cdot 2x\cdot 1+1$
| - 4x² -1
$\Leftrightarrow 4=4x$ | : 4
$\Leftrightarrow x=1$
Probe:

$\sqrt{4\cdot 1^2+5}=2\cdot 1-1$
$\Leftrightarrow\sqrt{9}=1$ Widerspruch!

Damit ***L = {}***</td>
<td>**c)** $2\sqrt{x^2-\frac{1}{2}x}+2x+1=0$ | -2x -1
$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-\frac{1}{2}x}=-2x-1$ |²
$\Rightarrow 4\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)=4x^2+4x+1$ | T
$\Leftrightarrow 4x^2-\frac{4}{2}x=4x^2+4x+1$ | - 4x² - 4x
$\Leftrightarrow -6x=1$ | : (-1)
$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{6}$
Probe: $2\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{2}\frac{1}{6}}+2\frac{1}{6}+1=0$
$\Leftrightarrow 2\sqrt{\frac{1}{36}-\frac{1}{12}}+\frac{1}{3}+1=0$
$\Leftrightarrow 2\sqrt{\frac{1}{36}-\frac{3}{36}}+\frac{1}{3}+1=0$

Radikant negativ: Probe nicht o.k.!
Damit ***L = {}***</td>
</tr>
</table>

Aufgabe 8: Mit zunehmender Höhe nimmt die Windgeschwindigkeit zu. Für windschwache Gebiete Deutschlands kann die Windgeschwindigkeit als Funktion der Höhe näherungsweise durch die Funktion $f(x)=0{,}2\cdot\sqrt{x}+4$ beschrieben werden. Dabei ist x die Höhe in m und $f(x)$ die Windgeschwindigkeit in m/s. In welcher Höhe erreicht die Windgeschwindigkeit 6 m/s?

<table>
<tr>
<td>Setze $f(x)=6$, damit
$6=0{,}2\cdot\sqrt{x}+4$ | - 4
$\Leftrightarrow 2=0{,}2\cdot\sqrt{x}$ | : 0,2
$\Leftrightarrow 10=\sqrt{x}$ |²
$\Rightarrow x=100$</td>
<td>Probe: $6=0{,}2\cdot\sqrt{100}+4$
$\Leftrightarrow 6=0{,}2\cdot 10+4$
$\Leftrightarrow 6=2+4$ o.k. ***A: In 100m Höhe erreicht die Windgeschwindigkeit 6 m/s.***</td>
</tr>
</table>