Mathematik Klasse 9a, Lösen quadr. Gleichungen durch Ausklammern 05.05.2010

Aus dem Lambacher Schweizer, S.199

<u>Aufgabe 20:</u> Löse durch Ausklammern:

f) $(x+2)^2(3\mathrm{x}-5)=(x-2)(2+x) \quad | \quad -(x-2)(2+x)$

Diese Gleichung wird erst so umgeformt, dass auf der rechten Seite eine Null steht. Dabei müssen wir subtrahieren. Wir dürfen nicht durch Terme mit x teilen, da sie entweder Null sein könnten oder uns Lösungen dadurch verloren gehen könnten.

$$\Leftrightarrow (x+2)^2(3\mathrm{x}-5)-(x-2)(2+x)=0 \qquad | \text{ T}$$

Jetzt steht links eine Summe. Wir müssen dafür sorgen, dass dort ein Produkt steht, denn dann können wir die Regel anwenden: „Ist einer der Faktoren eines Produktes Null, dann ist das ganze Produkt Null".

Lösung: Ausklammern eines gemeinsamen Faktors. Das ist hier der Term $(x+2)$. (Deshalb darf (x-2)(2+x) auch nicht mit der 3. binomischen Formel ausmultipliziert werden.)

$$\Leftrightarrow (x+2)\big((x+2)(3\mathrm{x}-5)-(x-2)\big)=0$$

Nun haben wir das gewünschte Produkte und können für jede der beiden Klammern einzeln untersuchen, für welche x sie Null werden. (Denn dann ist die ganze rechte Seite Null und die Gleichung erfüllt).

Aufstellen der Gleichung für die erste Klammer:

$$x+2=0 \qquad | -2$$
$$\Leftrightarrow x_1=-2$$

Aufstellen der Gleichung für die zweite Klammer:

$$(x+2)(3\mathrm{x}-5)-(x-2)=0 \qquad | \text{ T}$$
$$\Leftrightarrow 3\mathrm{x}^2-5\mathrm{x}+6\mathrm{x}-10-x+2=0 \qquad | \text{ T}$$
$$\Leftrightarrow 3\mathrm{x}^2-8=0 \qquad | +8$$
$$\Leftrightarrow 3\mathrm{x}^2=8 \qquad | :3$$
$$\Leftrightarrow x^2=\frac{8}{3} \qquad | \quad \sqrt{}$$
$$\Rightarrow x_2=-\sqrt{\frac{8}{3}}$$
$$\Rightarrow x_3=+\sqrt{\frac{8}{3}}$$

Die Gleichung hat also drei Lösungen: $x_1=-2$, $x_2=-\sqrt{\frac{8}{3}}$ und $x_3=+\sqrt{\frac{8}{3}}$