Mathematik Klasse 9a, Arbeitsblatt Diskriminante **04.05.2010**

Aus dem Lambacher Schweizer, S.199

Aufgabe 24:

Wie viele Lösungen hat die Gleichung?

Allgemeine Lösung: Gleichung so umstellen, dass sie die Form $x^2+p+q=0$ hat. Anschließend die Diskriminante $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$ berechnen und je nach Vorzeichen von D die Anzahl der Lösungen angeben: Wenn

D > 0 bzw. $\left(\frac{p}{2}\right)^2>q$, dann gibt es zwei Lösungen

D = 0 bzw. $\left(\frac{p}{2}\right)^2=q$, dann gibt es eine Lösung

D < 0 bzw. $\left(\frac{p}{2}\right)^2<q$, dann gibt es keine Lösung

a) $1{,}85\,x^2+0{,}1\,x-10=0$

Zwei Lösungen, denn es gilt immer: $\left(\frac{p}{2}\right)^2>0$. Wenn also wie hier $q<0$, dann ist $-q>0$ und somit $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q>0$ immer dann, wenn *q* negativ ist.

b) $-x^2+3\mathrm{x}-3708=0$ | $\cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x^2-3\mathrm{x}+3708=0$

Keine Lösung, da $\left(\frac{-3}{2}\right)^2<3708$

c) $x^2+2\mathrm{x}+1=0$

Eine Lösung, da $D=\left(\frac{2}{2}\right)^2-1=0$. Immer, wenn der linke Term x^2+p+q die Form der ersten oder zweiten binomische Formel hat, gibt es eine Lösung. (Zwei Lösungen bei der dritten binomischen Formel).

d) $5x^2+1{,}1\,x=10$ | -10

$\Leftrightarrow 5x^2+1{,}1\,x-10=0$

Zwei Lösungen, da q negativ.

e) $ax^2+bx+c=0$ $(a>|b|;\, c>|b|)$ | :a

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

Weil $a>|b|$ ist $\left|\frac{p}{2}\right|=\left|\frac{b}{2a}\right|<1$. Das Quadrat davon ist noch kleiner.

Weil $c>|b|$ muss $c>0$ sein. Damit ist auch $\frac{b}{a}<\frac{c}{a}$ und erst recht $\left(\frac{b}{2a}\right)^2<\frac{c}{a}$.

Also gibt es **keine Lösung**.

f) $ax^2+bx+c=0$ $(a>|b|;\,|c|>|b|;\, c<0)$ | : a

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

Weil $a>|b|$ ist, muss $a>0$ sein. Weil $c<0$ und $a>0$, muss $\frac{c}{a}<0$ sein.
Damit ist q negativ und es gibt **zwei Lösungen**.

Aufgabe 25:

Kann man *s* so wählen, dass die Gleichung zwei (eine einzige, keine) Lösung besitzt Falls deine Antwort „ja“ ist, gib an, wie *s* gewählt werden muss.

a) $4x^2+3x+s=0$ | : 4

$\Leftrightarrow x^2+\frac{3}{4}x+\frac{s}{4}=0$

Suche den Fall für eine Lösung. Dann muss $\left(\frac{p}{2}\right)^2=q$ gelten.

$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{s}{4}$ | $\cdot 4$

$\Leftrightarrow \frac{9}{4}=s$

Antwort: Eine Lösung, wenn $\Leftrightarrow s=\frac{9}{4}$

Zwei Lösungen: Dann muss $\left(\frac{p}{2}\right)^2 > q$ gelten.

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 > \frac{s}{4}$ | $\cdot 4$

$\Leftrightarrow \frac{9}{4} > s$

Antwort: Eine Lösung, wenn $\Leftrightarrow s < \frac{9}{4}$

Keine Lösung: Dann muss $\left(\frac{p}{2}\right)^2 < q$ gelten.

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 < \frac{s}{4}$ | $\cdot 4$

$\Leftrightarrow \frac{9}{4} < s$ Antwort: Eine Lösung, wenn $\Leftrightarrow s > \frac{9}{4}$

Achtung: Beim Rechnen mit Ungleichungen darauf achten, dass aus „kleiner“ ein „größer“ wird, wenn man die Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziert.

b) $-4\text{x}^2 + sx + 8 = 0$ | : (-4)

$\Leftrightarrow x^2 - sx - 8 = 0$

Es gibt immer zwei Lösungen da $q = -8$ negativ ist.

c) $sx^2 + 3\text{x} + 5 = 0$ | :s $\Leftrightarrow x^2 + \frac{3}{s}x + \frac{5}{s} = 0$

Keine Lösung:	Eine Lösung:	Zwei Lösungen:
$\left(\frac{3}{s}\right)^2 < \frac{5}{s}$ $\Leftrightarrow \frac{9}{s^2} < \frac{5}{s}$ | $\cdot s^2$ $\Leftrightarrow 9 < 5\text{s}$ | :5 $\Leftrightarrow \frac{9}{5} < s$ Es gibt keine Lösung, wenn $s > \frac{9}{5}$ ist.	$\left(\frac{3}{s}\right)^2 = \frac{5}{s}$ $\Leftrightarrow \frac{9}{s^2} = \frac{5}{s}$ | $\cdot s^2$ $\Leftrightarrow 9 = 5\text{s}$ | :5 $\Leftrightarrow \frac{9}{5} = s$ Es gibt eine Lösung, wenn $s = \frac{9}{5}$ ist.	$\left(\frac{3}{s}\right)^2 > \frac{5}{s}$ $\Leftrightarrow \frac{9}{s^2} > \frac{5}{s}$ | $\cdot s^2$ $\Leftrightarrow 9 > 5\text{s}$ | :5 $\Leftrightarrow \frac{9}{5} > s$ Es gibt zwei Lösungen, wenn $s < \frac{9}{5}$ ist.

d) $-6x^2-11x+s=0$ | : (-6) $\Leftrightarrow x^2+\frac{11}{6}x-\frac{s}{6}=0$

Keine Lösung:	Eine Lösung:	Zwei Lösungen:
$\left(\frac{11}{6}\right)^2<\frac{s}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{121}{36}<\frac{5}{s}$ | $\cdot s\cdot\frac{36}{121}$ $\Leftrightarrow s<\frac{605}{36}$ Es gibt keine Lösung, wenn $s<\frac{605}{36}$ ist.	$\left(\frac{11}{6}\right)^2=\frac{s}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{121}{36}=\frac{5}{s}$ | $\cdot s\cdot\frac{36}{121}$ $\Leftrightarrow s=\frac{605}{36}$ Es gibt eine Lösung, wenn is $s=\frac{605}{36}$ t.	$\left(\frac{11}{6}\right)^2>\frac{s}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{121}{36}>\frac{5}{s}$ | $\cdot s\cdot\frac{36}{121}$ $\Leftrightarrow s<\frac{605}{36}$ Es gibt zwei Lösungen, wenn $s>\frac{605}{36}$ ist.

e) $-sx^2+3x=6$ | -6 $\Leftrightarrow -sx^2+3x-6=0$ | : (-s) $\Leftrightarrow x^2-\frac{3}{s}x+\frac{6}{s}=0$

Keine Lösung:	Eine Lösung:	Zwei Lösungen:
$\left(\frac{-3}{s}\right)^2<\frac{6}{s}$ $\Leftrightarrow \frac{9}{s^2}<\frac{6}{s}$ | $\cdot\frac{s^2}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2}<s$ Es gibt keine Lösung, wenn $s<\frac{3}{2}$ ist.	$\left(\frac{-3}{s}\right)^2=\frac{6}{s}$ $\Leftrightarrow \frac{9}{s^2}=\frac{6}{s}$ | $\cdot\frac{s^2}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2}=s$ Es gibt eine Lösung, wenn is $s=\frac{3}{2}$ t.	$\left(\frac{-3}{s}\right)^2>\frac{6}{s}$ $\Leftrightarrow \frac{9}{s^2}>\frac{6}{s}$ | $\cdot\frac{s^2}{6}$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2}>s$ Es gibt zwei Lösungen, wenn $s>\frac{3}{2}$ ist.