Aufgabe 1: Berechne die Scheitelpunkte der folgenden Parabeln:

Lösung: Umwandeln in Scheitelpunktsform mit Hilfe der quadratischen Ergänzung.

a) $\begin{aligned} f(x) &= 12x^2-18x-2 \\ &= 12(x^2-1{,}5x)-2 \\ &= 12\left(x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}\right)-2 \\ &= 12\left(\left(x-\frac{3}{4}x\right)^2-\frac{9}{16}\right)-2 \\ &= 12\left(x-\frac{3}{4}x\right)^2-\frac{108}{16}-2 \\ &= 12(x-0{,}75x)^2-8{,}75 \end{aligned}$ *S(0,75|-8,75) nach oben geöffnet, enger als Normalparabel*	**b)** $\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{10}x^2+x+1 \\ &= \frac{1}{10}(x^2+10x)+1 \\ &= \frac{1}{10}(x^2+10x+25-25)+1 \\ &= \frac{1}{10}\left((x+5)^2-25\right)+1 \\ &= \frac{1}{10}(x+5)^2-2{,}5+1 \\ &= \frac{1}{10}(x+5)^2-1{,}5 \end{aligned}$ *S(-5|-1,5) nach oben geöffnet, weiter als Normalparabel*
c) $\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2 \\ &= -\frac{1}{4}(x^2-2x)-2 \\ &= -\frac{1}{4}(x^2+2x+1-1)-2 \\ &= -\frac{1}{4}\left((x-1)^2-1\right)-2 \\ &= -\frac{1}{4}(x-1)^2+\frac{1}{4}-2 \\ &= -\frac{1}{4}(x+1)^2-1{,}75 \end{aligned}$ *S(1|-1,75) nach unten geöffnet, weiter als Normalparabel*	

Aufgabe 2: Gegeben ist die Funktion: $f(x)=x\cdot(x+4)\cdot(x-4)\cdot(x-1)$ Bestimme die Nullstellen der Funktion.

Lösung: Bestimmung der Nullstellen durch Setzen von $f(x_n)=0$.

$$0=x\cdot(x+4)\cdot(x-4)\cdot(x-1)$$

Man nutzt aus, dass ein Produkt gleich Null ist, sobald einer der Faktoren gleich Null ist. Die Faktoren sind: x, (x+4), (x-4), (x-1)

Die Nullstellen sind also $x_{n1} = 0$, $x_{n2} = -4$, $x_{n3} = 4$, $x_{n4} = 1$

Wenn man einen dieser Werte für x einsetzt, wird einer der Faktoren Null und die Gleichung ist somit erfüllt.

Aufgabe 3: Eine Parabel schneidet die x-Achse bei x = -1 und x = 2 sowie die y-Achse beim Wert y = -4.

a) Stelle die Gleichung der Parabel auf.

Lösung: Aus den Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen können drei Punkte abgelesen werden: $P_1(-1|0)$, $P_2(2|0)$, $P_3(0|-4)$.
Durch Einsetzen der drei Punkte in die allgemeine Funktionsgleichung $f(x)=ax^2+bx+c$ können drei Gleichungen aufgestellt werden, die nach den Parameter *a*, *b* und *c* aufgelöst werden.

I. $0=a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+c$
II. $0=a\cdot 2^2+b\cdot 2+c$
III. $-4=a\cdot 0^2+b\cdot 0+c$

I. $0=a-b+c$ | setze III ein
II. $0=4a+2b+c$ | setze III ein
III. $-4=c$

Ia. $0=a-b-4$
IIa. $0=4a+2b-4$ | + 2·Ia.

IIb. $0=6a-12$ | - 4
$\Leftrightarrow 12=6a$ | : 6
$\Leftrightarrow 2=a$

Ia. $0=a-b-4$ | setze IIb. ein
Ib. $0=2-b-4$ | + 2
$\Leftrightarrow 2=-b$ Also a = 2, b = -2, c = -4 und $f(x)=2x^2-2x-4$

b) Berechne den Scheitelpunkt der Parabel. *S(0,5|-4,5)*

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2-2x-4 \\ &= 2(x^2-x)-4 \\ &= 2(x^2-x+0{,}25-0{,}25)-4 \\ &= 2\left((x-0{,}5)^2-0{,}25\right)-4 \\ &= 2(x-0{,}5)^2-0{,}5-4 \\ &= 2(x-0{,}5)^2-4{,}5 \end{aligned}$$

Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten S(0,5|-4,5)

c) Berechne die Schnittpunkte der Geraden $g: y=-2x+124$ mit der Parabel.

$f(x_s)=g(x_s)$
$2x^2-2x-4=-2x+124$ | + 2x + 4
$\Leftrightarrow 2x^2=128$ | *: 2*
$\Leftrightarrow x^2=64$
$\Rightarrow x_1=8, x_2=-8$ *Setze x_1 und x_2 in eine der beiden Funktionsgleichungen ein:*

$f(x_1)=-2\cdot 8+124=112$ $f(x_2)=-2\cdot(-8)+124=140$

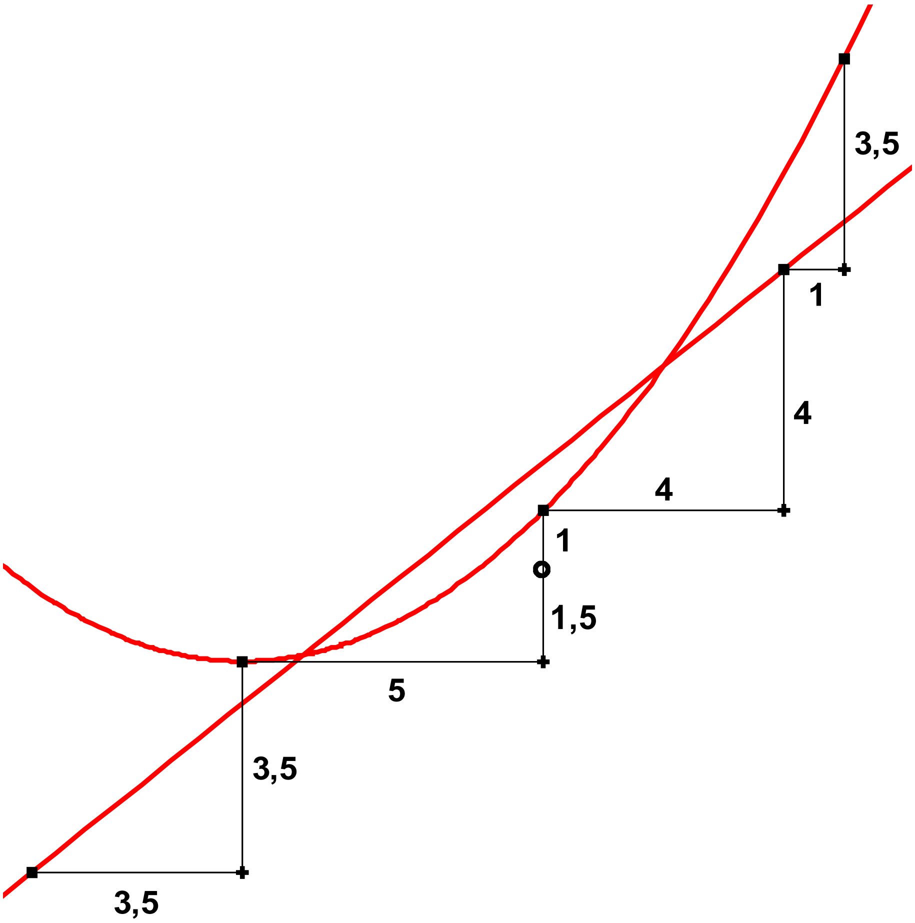
Die Schnittpunkte haben die Koordinaten $S_1(-8|108)$, $S_2(8|140)$.

Aufgabe 4: **a)** Gegeben sind eine Parabel f und eine Gerade g.

a) Stelle die Funktionsgleichungen der Parabel und der Geraden auf:

Die Zahlen geben die Abstände der jeweiligen Punkte an. Wähle den Koordinatenursprung im markierten Kreis.

b) Schreibe den Ansatz hin, wie man den Schnittpunkt berechnet. Rechne so weit du kannst. im markierten Kreis.



Lösung: Mit dem gewählten Nullpunkt können drei Punkte der Parabel und zwei Punkte der Geraden abgelesen werden: *Gerade:* $P_1(-8{,}5|-5)$, $P_2(4|5)$

Geradengleichung: $g(x)=mx+n$ Einsetzen der Punkte:

I. $-5=m\cdot(-8{,}5)+n$

II. $5=m\cdot 4+n$ | II – I

IIa. $10=12{,}5\,m$ | : (12,5)

$\Leftrightarrow \frac{4}{5}=m$

II. $5=m\cdot 4+n$ | setze m = 0,8 ein

IIb. $5=0{,}8\cdot 4+n$ | - 3,2

$\Leftrightarrow 1{,}8=n$

Damit hat die Gerade die Funktionsgleichung $g(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{5}$

Parabel: $P_3(-5|-1,5)$, , $P_4(0|1)$, $P_5(5|8,5)$. Einsetzen in $f(x)=ax^2+bx+c$

I. $-1{,}5=a\cdot(-5)^2+b\cdot(-5)+c$
II. $1=a\cdot 0^2+b\cdot 0+c$
III. $8{,}5=a\cdot 5^2+b\cdot 5+c$

I. $-1{,}5=25a-5b+c$ | setze II ein
II. $1=c$
III. $8{,}5=25a+5b+c$ | setze II ein

Ia. $-1{,}5=25a-5b+1$ | -1
$\Leftrightarrow -2{,}5=25a-5b$
IIIa. $8{,}5=25a+5b+1$ | -1
$\Leftrightarrow 7{,}5=25a+5b$ | IIIa. + Ia.

IIIb. $5=50a$ | : 50
$\Leftrightarrow \frac{1}{10}=a$

IIIa. $7{,}5=25a+5b$ | setze a = 0,1 ein
IIIc. $7{,}5=2{,}5+5b$ | - 2,5
$\Leftrightarrow 5=5b$ | :5
$\Leftrightarrow 1=b$

Also a = 1/10, b = 1, c = 1 und
$f(x)=\frac{1}{10}x^2+x+1$

Bestimmung der Schnittpunkte durch Gleichsetzen von *f* und *g*.

$\frac{1}{10}x^2+x+1=\frac{4}{5}x+\frac{9}{5}$ | ·5
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2+5x+5=4x+9$ | -4x -9
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2+x-4=0$

Es gilt also, eine Gleichung zu lösen, in der sowohl x² als auch x ohne Hochzahl vorkommen. Wie eine solche quadratische Gleichung gelöst wird, ist Bestandteil der kommenden Unterrichtsstunden.

Lösung: Mit Hilfe der quadratischen Ergänzung in ein Produkt umwandeln, bei dem man die Lösung der Gleichung wieder ablesen kann.

$\frac{1}{2}x^2+x-4=0$: ½
$\Leftrightarrow x^2+2x-8=0$
$\Leftrightarrow x^2+2x+1-1-8=0$
$\Leftrightarrow (x+1)^2=9$ | $\sqrt{}$
$\Leftrightarrow x+1=\pm 3$ | -1
$\Rightarrow x_1=-4$
$\Rightarrow x_2=2$

Für Schnittpunkt 1 setze x_1 in *f* oder *g* ein: $g(x_1)=\frac{4}{5}\cdot(-4)+\frac{9}{5}=-\frac{7}{5}$

Für Schnittpunkt 2 setze x_2 in f oder g ein: $g(x_1)=\frac{4}{5}\cdot 2+\frac{9}{5}=\frac{17}{5}$

Die Schnittpunkte sind $S_1(-4|-1,4)$ und $S_2(2|3,4)$.