Mathematik Klasse 9a, 5. KA – Quadr. Gleichungen – Lösung N 26.05.2010

Aufgabe 1: Gegeben sind die Funktionen $f(x)=-x^2-3x+10$ und $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1$.

a) Berechne die Nullstellen von *f(x)* mit Hilfe der quadratischen Ergänzung. *(5 Punkte)*

Null setzen: $-x^2-3x+10=0 \quad | \quad \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x^2+3x-10=0 \quad | \text{T}$

$\Leftrightarrow x^2+3x+2{,}25-2{,}25-10=0 \quad | \text{T}$

$\Leftrightarrow (x+1{,}5)^2-12{,}25=0 \quad | +12{,}25$

$\Leftrightarrow (x+1{,}5)^2=12{,}25 \quad | \quad \sqrt{}$

$\Leftrightarrow x+1{,}5=\pm 3{,}5 \quad | -1{,}5$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_1}=+3{,}5-1{,}5=\mathbf{2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_2}=-3{,}5-1{,}5=\mathbf{-5}$

b) Berechne die Schnittpunkte von *g(x)* mit den Koordinatenachsen. *(6 Punkte)*

SP mit y-Achse: x Null setzen

$\boldsymbol{g(0)}=\frac{1}{2}0^2-\frac{3}{2}0+1=\mathbf{1} \qquad \boldsymbol{S_y(1|0)}$

SP mit x-Achse: y Null setzen

$\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1=0 \quad | \quad \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$

p-q-Formel:

$x_{1/2}=1{,}5\pm\sqrt{(-1{,}5)^2-2}$

$\Leftrightarrow x_{1/2}=1{,}5\pm\sqrt{0{,}25}$

$\Leftrightarrow x_{1/2}=1{,}5\pm 0{,}5$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_1}=1{,}5+0{,}5=\mathbf{2} \qquad \boldsymbol{S_{x1}(0|2)}$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_2}=1{,}5-0{,}5=\mathbf{1} \qquad \boldsymbol{S_{x2}(0|1)}$

c) Berechne die Schnittpunkte der beiden Funktionen *f(x)* und *g(x)*. *(5 Punkte)*

Gleichsetzen:

$\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1=-x^2-3x+10 \quad | \quad +x^2+3x-10$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}x-9=0 \quad | \quad :\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x^2+x-6=0$

$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+6}$

$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{6{,}25}$

$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm 2{,}5 \qquad \Rightarrow x_1=-3\,;\, x_2=+2$

$\boldsymbol{g(x_1)}=-(-3)^2-3\cdot(-3)+10=\mathbf{10}$

$\boldsymbol{g(x_2)}=-(+2)^2-3\cdot(+2)+10=\mathbf{0}$

Also $\boldsymbol{SP_1(-3|10)\,;\,SP_2(2|0)}$

d) Berechne die Anzahl der Lösungen der Gleichung $-x^2-3x+10=6$ mit Hilfe der Diskriminanten. *(3 Punkte)*

Erst auf p-q-Formel anpassen:

$-x^2-3x+10=6 \quad | -6$

$\Leftrightarrow -x^2-3x+4=0 \quad | \quad \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0$

$D=\left(\frac{3}{2}\right)^2+4>0$

Es gibt zwei Lösungen.

e) Bescheibe kurz, was die Lösungen der Gleichung $-x^2-3x+10=6$ grafisch bedeuten. *(2 Punkte)*

Die Lösungen sind die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Funktion f(x) mit der Geraden y = 6.

Aufgabe 2: Berechne die Lösungsmenge der Gleichung $7x^2-28x+28=-35x(x+2)^2$ durch Ausklammern (*6 Punkte*)

$7x^2-28x+28=-35x(x+2)^2$ $\Leftrightarrow 7(x^2-4x+4)=-35x(x-2)^2$ $\Leftrightarrow 7(x-2)^2=-35x(x-2)^2 \quad \| \quad -24x(x+1)^2$ $\Leftrightarrow 7(x-2)^2+35x(x-2)^2=0$ $\Leftrightarrow 7(x-2)^2(1+5x)=0$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_1=2}$	Setze zweite Klammer gleich Null: $1+5x_2=0$ | -1 $\Leftrightarrow 5x_2=-1$ | : 5 $\Leftrightarrow \boldsymbol{x_2=-\frac{1}{5}}$ **L = {-0,2 ; 2}**

Aufgabe 3: Löse die Gleichung $-\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{2}x^2=-6$ (5 *Punkte*)

a) $-\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{2}x^2=-6$ Substitution $z=x^2$; | +6 $-\frac{1}{2}z^2+\frac{1}{2}z+6=0 \quad \| \quad :\left(-\frac{1}{2}\right)$ $\Leftrightarrow z^2-z-12=0$ $\Rightarrow z_{1/2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+12}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{12{,}25}=-\frac{1}{2}\pm 3{,}5$ $\Rightarrow z_1=0{,}5+3{,}5=4\,;\, z_2=0{,}5-3{,}5=-3$	Rücksubstitution: $x=\sqrt{z}$ $x_{1/2}=+\sqrt{z_1}=\pm\sqrt{4}=\pm 2 \qquad x_{3/4}=\pm\sqrt{z_2}=?$ $\boldsymbol{x_1=-2}$ $\boldsymbol{x_2=+2}$

Aufgabe 4: Gesucht sind zwei ganze Zahlen. Die erste Zahl ist um 5 kleiner als die zweite Zahl. Das Produkt der beiden Zahlen ist genauso groß wie das sechsfache der Summe der beiden Zahlen. Berechne die beiden gesuchten Zahlen. (4 *Punkte*)

Nenne die kleinere der beiden Zahlen x. Gleichung aufstellen:

$x\cdot(x+5)=6(x+(x+5))$ $\Leftrightarrow x^2+5x=6(2x+5)$ $\Leftrightarrow x^2+5x=12x+30 \quad \| \quad -12x-25$ $\Leftrightarrow x^2-7x-30=0$	$\Rightarrow x_{1/2}=3{,}5\pm\sqrt{(-3{,}5)^2+30}$ $=5\pm\sqrt{42{,}25}=3{,}5\pm 6{,}5$ $\Rightarrow x_1=3{,}5+6{,}5=10\,;\, x_2=3{,}5-6{,}5=-3$ **Die beiden gesuchten Zahlen sind** also **10 und 15 <u>oder</u> -3 und 2**.