Mathematik Klasse 9a, 5. KA – Quadr. Gleichungen – Lösung B 18.05.2010

Aufgabe 1: Bestimme die Schnittpunkte der Funktion $f(x)=x^2-2x-8$ mit den Koordinatenachsen. (*6 Punkte*)

Schnittpunkt mit y-Achse: x = 0 einsetzen

$\boldsymbol{f(0)}=0^2-0-8=\mathbf{-8}$, also $\boldsymbol{S_y(0|-8)}$

Schnittpunkt mit x-Achse: y = 0 setzen

$x^2-2x-8=0$ Lösen mit p-q-Formel

$\Rightarrow x_{1/2}=-1\pm\sqrt{1+8}=-0{,}5\pm\sqrt{9}$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_1}=1+3=\mathbf{4}$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_2}=1-3=\mathbf{-2}$. Damit sind die Schnittpunkte $\boldsymbol{S_{x1}(-2|0)}$ und $\boldsymbol{S_{x2}(4|0)}$

Aufgabe 2: Bestimme die Schnittpunkte der beiden Funktionen $f(x)=-x^2+2x+2$ und $g(x)=4x+2$ (*5 Punkte*)

Gleichsetzen: $-x^2+2x+2=4x+2$ | -4x - 2

$\Leftrightarrow -x^2-2x=0$ | $-x$ ausklammern (oder über Lösungsformel)

$\Leftrightarrow -x(x+2)=0$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_1=0\,;\,x_2=-2}$

Bestimmung der y-Werte:

$g(0)=4\cdot 0+2=2$

$g(2)=4\cdot(-2)+2=-6$

Damit sind die Schnittpunkte $\boldsymbol{S_1(0|2)}$ und $\boldsymbol{S_{x2}(-2|-6)}$

Aufgabe 3: Bestimme die Nullstellen der Funktion $f(x)=6x^2-36x+30$ mit Hilfe der quadratischen Ergänzung. (*5 Punkte*)

y = 0 setzen: $6x^2-36x+30=0$	$\Leftrightarrow 6(x-3)^2=24$ | :6
$\Leftrightarrow 6(x^2-6x)+30=0$	$\Leftrightarrow (x-3)^2=4$ | $\sqrt{}$
$\Leftrightarrow 6(x^2-6x+9-9)+30=0$	$\Leftrightarrow x_{1/2}-3=\pm 2$
$\Leftrightarrow 6((x-3)^2-9)+30=0$	$\Rightarrow \boldsymbol{x_1=5}$
$\Leftrightarrow 6(x-3)^2-54+30=0$ | +24	$\Rightarrow \boldsymbol{x_2=1}$

Mathematik Klasse 9a, 5. KA – Quadr. Gleichungen – Lösung B 18.05.2010

<u>**Aufgabe 4:**</u> Bestimme die Anzahl der Lösungen der folgenden Gleichungen mit Hilfe der Diskriminanten. (*2 + 3 Punkte*)

a) $x^2-10x+24=0$

$$D=\left(\frac{-10}{2}\right)^2-24=25-24=1$$

D>0, also gibt es **zwei Lösungen**.

b)| $-\frac{1}{16}x^2+\frac{100}{16}=-5x \quad \cdot(-16)$

$\Leftrightarrow x^2-100=80x$ | -80x
$\Leftrightarrow x^2-80x-100=0$

$$D=\left(\frac{-80}{2}\right)^2+100>0$$

Es gibt **zwei Lösungen**.

<u>**Aufgabe 5:**</u> Löse die Gleichung $9x^2-18x+9=36x(x-1)^2$ (*6 Punkte*)

$9x^2-18x+9=36x(x-1)^2$
$\Leftrightarrow 9(x^2-2x+1)=36x(x+1)^2$
$\Leftrightarrow 9(x-1)^2=36x(x-1)^2 \quad | \quad -24x(x+1)^2$
$\Leftrightarrow 9(x-1)^2-36x(x-1)^2=0$
$\Leftrightarrow 9(x-1)^2(1-4x)=0$
$\Rightarrow \mathbf{x_1=+1}$

Setze zweite Klammer gleich Null:
$1-4x_2=0$ | + 4x
$\Leftrightarrow 1=4x_2$ | : 4
$\Leftrightarrow \mathbf{x_2=\frac{1}{4}}$

<u>**Aufgabe 6:**</u> Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung ($x^4+8x^2-9=0$ *4*)

a) $x^4+8x^2-9=0$

Substitution $z=x^2$
$z^2+8z-9=0$
$\Rightarrow z_{1/2}=-4\pm\sqrt{(-4)^2+9}=-4\pm\sqrt{25}=-4\pm5$
$\Rightarrow z_1=-4+5=1\,;\, z_2=-4-5=-9$

Rücksubstitution: $x=\sqrt{z}$
$x_{1/2}=+\sqrt{z_1}=\sqrt{1}=\pm1$
$x_{3/4}=\pm\sqrt{z_2}=\pm\sqrt{-9}=?$

Damit **L = {-1; +1}**

<u>**Aufgabe 7:**</u> Das Produkt zweier aufeinander folgender, positiver, ganzer, ungerader Zahlen ist um 1 kleiner als das fünffache der Summe dieser beiden Zahlen. Bestimme die beiden gesuchten Zahlen. (*5 Punkte*)

Nenne die kleinere der beiden Zahlen x. Gleichung aufstellen:

$x\cdot(x+2)+1=5(x+(x+2))$
$\Leftrightarrow x^2+2x+1=5(2x+2)$
$\Leftrightarrow x^2+2x=10x+10 \quad | \quad -10x-10$
$\Leftrightarrow x^2-8x-9=0$

$\Rightarrow x_{1/2}=4\pm\sqrt{(-4)^2+9}=5\pm\sqrt{25}=4\pm5$
$\Rightarrow x_1=4+5=9\,;\, x_2=4-5=-1$
Die zweite Lösung fällt weg, da die Zahl nicht positiv ist. **Die beiden gesuchten Zahlen sind** also **9 und 11**.