Mathematik Klasse 9a, 5. KA – Quadr. Gleichungen – Lösung A **18.05.2010**

__Aufgabe 1:__ Bestimme die Schnittpunkte der Funktion $f(x)=x^2+x-6$ mit den Koordinatenachsen. (*6 Punkte*)

Schnittpunkt mit y-Achse: x = 0 einsetzen

$\boldsymbol{f(0)}=0^2+0-6=\mathbf{-6}$, also $\boldsymbol{S_y(0|-6)}$

Schnittpunkt mit x-Achse: y = 0 setzen

$x^2+x-6=0$ Lösen mit p-q-Formel

$$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+6}=-0{,}5\pm\sqrt{6{,}25}$$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_1}=-0{,}5+2{,}5=\mathbf{2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_2}=-0{,}5-2{,}5=\mathbf{-3}$. Damit sind die Schnittpunkte $\boldsymbol{S_{x1}(2|0)}$ und $\boldsymbol{S_{x2}(-3|0)}$

__Aufgabe 2:__ Bestimme die Schnittpunkte der beiden Funktionen $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-1$ und $g(x)=2x-1$ (5 *Punkte*)

Gleichsetzen: $-\frac{1}{2}x^2+x-1=2x-1$ | -2x + 1

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2-x=0$ | $-\frac{1}{2}x$ ausklammern (oder über Lösungsformel)

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x(x+2)=0$

$\Rightarrow \boldsymbol{x_1=0\,;x_2=-2}$

Bestimmung der y-Werte:

$g(0)=2\cdot 0-1=-1$

$g(2)=2\cdot(-2)-1=-5$

Damit sind die Schnittpunkte $\boldsymbol{S_1(0|-1)}$ und $\boldsymbol{S_{x2}(-2|-5)}$

__Aufgabe 3:__ Bestimme die Nullstellen der Funktion $f(x)=4x^2-16x+12$ mit Hilfe der quadratischen Ergänzung. (*5 Punkte*)

y = 0 setzen: $4x^2-16x+12=0$ $\Leftrightarrow 4(x^2-4x)+12=0$ $\Leftrightarrow 4(x^2-4x+4-4)+12=0$ $\Leftrightarrow 4((x-2)^2-4)+12=0$ $\Leftrightarrow 4(x-2)^2-16+12=0$ | +4	$\Leftrightarrow 4(x-2)^2=4$ | :4 $\Leftrightarrow (x-2)^2=1$ | $\sqrt{}$ $\Leftrightarrow x_{1/2}-2=\pm 1$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_1=3}$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_2=1}$

Mathematik Klasse 9a, 5. KA – Quadr. Gleichungen – Lösung A 18.05.2010

Aufgabe 4: Bestimme die Anzahl der Lösungen der folgenden Gleichungen mit Hilfe der Diskriminanten. (*2 + 3 Punkte*)

a) $x^2-8x+15=0$ $D=\left(\frac{-8}{2}\right)^2-15=16-15=1$ D>0, also gibt es **zwei Lösungen**.	**b)** $-\frac{1}{12}x^2+5x=-\frac{1000}{12}$ | $\cdot(-12)$ $\Leftrightarrow x^2-60x=1000$ | -1000 $\Leftrightarrow x^2-60x-1000=0$ $D=\left(\frac{-60}{2}\right)^2+1000>0$ Es gibt **zwei Lösungen**.

Aufgabe 5: Löse die Gleichung $8x^2+16x+8=24x(x+1)^2$ (*6 Punkte*)

$8x^2+16x+8=24x(x+1)^2$ $\Leftrightarrow 8(x^2+2x+1)=24x(x+1)^2$ $\Leftrightarrow 8(x+1)^2=24x(x+1)^2$ | $-24x(x+1)^2$ $\Leftrightarrow 8(x+1)^2-24x(x+1)^2=0$ $\Leftrightarrow 8(x+1)^2(1-3x)=0$ $\Rightarrow \boldsymbol{x_1=-1}$	Setze zweite Klammer gleich Null: $1-3x_2=0$ | + 3x $\Leftrightarrow 1=3x_2$ | : 3 $\Leftrightarrow \boldsymbol{x_2=\frac{1}{3}}$

Aufgabe 6: Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $x^4-10x^2+9=0$ (*4 Punkte*)

a) $x^4-10x^2+9=0$ Substitution $z=x^2$ $z^2-10z+9=0$ $\Rightarrow z_{1/2}=5\pm\sqrt{5^2-9}=5\pm\sqrt{16}=5\pm4$ $\Rightarrow z_1=5+4=9\,;\,z_2=5-4=1$	Rücksubstitution: $x=\sqrt{z}$ $x_{1/2}=+\sqrt{z_1}=\pm3$ $x_{3/4}=\pm\sqrt{z_2}=\pm\sqrt{1}=\pm1$ Damit **L = {-3; -1; +1; +3}**

Aufgabe 7: Das Produkt zweier aufeinander folgender, positiver, ganzer, gerader Zahlen ist um 12 größer als das sechsfache der Summe dieser beiden Zahlen. Bestimme die beiden gesuchten Zahlen. (*5 Punkte*)

Nenne die kleinere der beiden Zahlen x. Gleichung aufstellen:

$x\cdot(x+2)=6(x+(x+2))+12$ $\Leftrightarrow x^2+2x=6(2x+2)+12$ $\Leftrightarrow x^2+2x=12x+24$ | $-12x-24$ $\Leftrightarrow x^2-10x-24=0$	$\Rightarrow x_{1/2}=5\pm\sqrt{5^2+24}=5\pm\sqrt{49}=5\pm7$ $\Rightarrow x_1=5+7=12\,;\,x_2=5-7=-2$ Die zweite Lösung fällt weg, da die Zahl nicht positiv ist. **Die beiden gesuchten Zahlen sind** also **12 und 14**.